



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Dolj
Filiala Craiova a SSMR

Etapa județeană a Olimpiadei naționale de matematică
Clasa a V-a
Craiova, 13 martie 2010

Problema 1. Să se determine numerele naturale distincte m, n, p astfel încât să aibă loc relațiile:

$$653 < 5^m + 5^n + 5^p < 809.$$

G.M. nr. 9/2005

Problema 2. Fie mulțimile

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x = 3n + 1, n \in \mathbf{N}\}; \\ B &= \{x \mid x = 7n + 6, n \in \mathbf{N}\}; \\ C &= \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}, x \leq 2010\}. \end{aligned}$$

i) Verificați că $A \cap B = \{x \mid x = 21k + 13, k \in \mathbf{N}\}$.

ii) Calculați $\text{card}(A \cap B \cap C)$.

Problema 3. Considerăm numerele:

$$A = 5^{m^2+m} + 9^{m^2+m} \text{ și } B = n^8 + 2(15p^2 + 1)$$

unde m, n, p sunt numere naturale nenule.

Arătați că, pentru orice $m, n, p \in \mathbf{N}^*$, produsul $A \cdot B$ nu este pătrat perfect.

Problema 4. Arătați că există un singur număr $A = \overline{xyz}$ (scris în baza 10) astfel încât cifrele sale sunt nenule și verifică relația:

$$49x + (188 + y)z = 1329.$$

Determinați cea mai mică valoare a numărului natural nenul k pentru care $\underbrace{A + A + \dots + A}_{\text{de } k \text{ ori}}$ este pătrat perfect.

Christina Dan

Notă:

Timp de lucru: 3 ore;

Toate subiectele sunt obligatorii;

Fiecare subiect va fi notat cu puncte între 0 și 7.