Olimpiada de Matematică –etapa judeţeană- Galaţi

13 martie 2010

Clasa a VI-a

Problema 1. Numerele naturale x, y, z sunt direct proporţionale cu numerele naturale prime p, q, r. Ştiind că $p<q<r$, $p+q+r=10$, $x+y+z=100$, să se calculeze suma ultimelor 2010 cifre ale numărului $\mathrm{T}=x^{2009}+y^{2009}+z^{2009}$.

Florin Antohe , profesor , Galaţi

Problema 2. a) Să se demonstreze că fracţia $\frac{7\cdot n+17}{5\cdot n+12}$ este ireductibilă, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

b) Să se determine numerele naturale diferite de zero, x, y şi n, ştiind că $\frac{x}{y}=\frac{7\cdot n+17}{5\cdot n+12}$ şi $x-y=14$.

Marcel Manea, profesor, Galaţi

Problema 3. Fie $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2009}=\frac{a}{b}$, $a,b\in\mathbb{N}^*,(a,b)=1$. Să se determine cel mai mare număr natural $p\in\mathbb{N}$, astfel încât $2^p \mid b$.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

Problema 4. Fie unghiul $\measuredangle XOY$ cu măsura de $45°$, astfel încât semidreptele $[OX$ şi $[OY$ sunt bisectoarele unghiurilor $\measuredangle AOB$, respectiv $\measuredangle COD$. Ştiind că punctele B şi D aparţin interiorului unghiului $\measuredangle XOY$ şi că $m(\measuredangle AOC)=4\cdot m(\measuredangle BOD)$, să se calculeze măsurile unghiurilor $\measuredangle BOD$ şi $\measuredangle AOC$.

Marcel Manea, profesor, Galaţi

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.