

Nr. probl.	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	$p = 2 ; q = 3 ; r = 5.$	1p
	$x = 20 ; y = 30 ; z = 50$	2p
	$T = 20^{2009} + 30^{2009} + 50^{2009} = 10^{2009} (2^{2009} + 3^{2009} + 5^{2009}).$	2p
	$u(2^{2009} + 3^{2009} + 5^{2009}) = u(2 + 3 + 5) = 0 ;$ Ultimele 2010 cifre ale lui T sunt zerouri $\Rightarrow$ suma lor este 0.	2p
2.	a) Fie $d \in \mathbb{N}^*$ , $d \mid (7 \cdot n + 17)$ și $d \mid (5 \cdot n + 12) \Rightarrow d \mid (35 \cdot n + 85)$ și $d \mid (35 \cdot n + 84)$ . Rez $d \mid 1 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow$ fracția este ireductibilă.	2p
	Din $\frac{x}{y} = \frac{7 \cdot n + 17}{5 \cdot n + 12}$ și $x - y = 14 \Rightarrow y = \frac{70 \cdot n + 168}{2 \cdot n + 5} = 35 - \frac{7}{2 \cdot n + 5}$ .	2p
	$y \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{7}{2 \cdot n + 5} \in \mathbb{N} \Rightarrow 2 \cdot n + 5 = 1$ (imposibil) sau $2 \cdot n + 5 = 7 \Rightarrow n = 1$ .	2p
	Pentru $n = 1$ , se obține $y = 34$ și $x = 48$ .	1p
3.	Orice număr $k \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 2009\}$ , poate fi scris sub forma $k = 2^u \cdot v$ , $u, v \in \mathbb{N}$ , $v$ este număr impar. Cel mai mare număr $u$ din scrierea lui $k$ este 10.	2p
	Aducând la același numitor în suma $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} + \dots + \frac{1}{2009}$ , toți numărătorii sunt numere pare cu excepția numărătorului fracției $\frac{1}{1024}$ care este număr impar.	2p
	Așadar, numărătorul, în final, este un număr impar $2 \cdot m + 1, m \in \mathbb{N}^*$ , iar numitorul este de forma $2^{10} \cdot (2 \cdot n + 1), n \in \mathbb{N}^*$ .	2p
	În concluzie, $\frac{a}{b} = \frac{2 \cdot m + 1}{2^{10} \cdot (2 \cdot n + 1)}$ , $m, n \in \mathbb{N}^*, m \neq n$ . Cele două fracții egale fiind ireductibile, rezultă că $b = 2^{10} \cdot (2 \cdot n + 1) \Rightarrow 2^{10} \mid b$ . Prin urmare, numărul $p$ este 10.	1p
4.	Notăm : $m(\sphericalangle AOB) = 2a$ , $m(\sphericalangle COD) = 2b$ și $m(\sphericalangle BOD) = c$ . Din ipoteză, $a + b + 45^\circ = 4c \Rightarrow a + b = 4c - 45^\circ$ (1)	2p
	Sunt posibile două cazuri: 1. $m(\sphericalangle XO B) < m(\sphericalangle XO D) \Rightarrow a + b + c = 45^\circ \Rightarrow a + b = 45^\circ - c$ (2) Din (1) și (2), rezultă că $c = 18^\circ$ , iar $m(\sphericalangle AOC) = 72^\circ$ .	3p
	2. $m(\sphericalangle XO B) > m(\sphericalangle XO D) \Rightarrow a + b - c = 45^\circ \Rightarrow a + b = 45^\circ + c$ (3) Din (1) și (3), rezultă că $c = 30^\circ$ , iar $m(\sphericalangle AOC) = 120^\circ$ .	2p