

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ, 6 mai 2006, Iași

CLASA aV-a

I. Notăm cu \mathcal{M} mulțimea numerelor naturale de cinci cifre având suma cifrelor egală cu **30** și cu \mathcal{N} submulțimea numerelor din \mathcal{M} care coincid cu răsturnatele lor. Să se afle:

- 1) Cel mai mic și cel mai mare element din mulțimea \mathcal{M} .
- 2) Cel mai mic și cel mai mare element din mulțimea \mathcal{N} .

II. Să se arate că oricare ar fi cifra a , următoarele afirmații sunt adevărate:

- 1) Numărul $\overline{a57}$ împărțit la **4** dă restul **1**.
- 2) Numărul $n = 51^{\overline{75a}} + 43^{\overline{a75}} + 62^{\overline{a57}}$ este divizibil cu **10**.

III. Se dă mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 2005\}$. Se cere:

- 1) Scrieți submulțimile mulțimii A formate din două elemente cu suma egală cu **2006**. Aflați numărul acestor submulțimi.
- 2) Aflați numărul submulțimilor lui A formate din patru elemente, astfel încât suma a două elemente este egală cu suma celorlalte două și este egală cu **2006**.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore

CLASA aVI-a

I. Numerele raționale pozitive x, y și z sunt invers proporționale cu numerele

$$\frac{5}{6}, \frac{1}{2} \text{ și } \frac{1}{3}. \text{ Se cere:}$$

- a) Aflați raportul dintre cel mai mic număr și suma celorlalte două.
- b) Cât la sută din y reprezintă x ?
- c) Știind că $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ și că cel mai mic multiplu comun al lui x și y este egal cu **60**, să se afle x, y și z .

II. Fie numerele $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ care verifică relația

$$51 \cdot a + 85 \cdot b + 102 \cdot c = 2006$$

Să se afle valoarea minimă a sumei $a + 2 \cdot b + c$.

III. Pe diagonala $[AC]$ a rombului $ABCD$ se consideră punctele E și F astfel încât $[CE] \equiv [EF] \equiv [FA]$. Notăm $BE \cap CD = \{M\}$ și $BF \cap AD = \{N\}$.

Să se arate că:

- a) $\triangle BCM \equiv \triangle BAN$;
- b) $MN \parallel AC$;