

Bareme de rezolvare

Clasa a VII-a

1. a) Scrie $S = 2009 \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{2007 \cdot 2009} \right)$ 5p

Află $2S = 2009 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2007} - \frac{1}{2009} \right) \Leftrightarrow 2S = 2009 \left(1 - \frac{1}{2009} \right)$ 5p

$S = \frac{2009 \cdot 2008}{2009} \cdot \frac{1}{2} = 1004 \in \mathbb{N}$ 5p

b) $x + 1004 = 2010 \Leftrightarrow x = 2010 - 1004 \Rightarrow x = 1006$ 5p

2. a) $\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)} = \frac{100(x + y + z)}{90}$ 5p

$\sqrt{\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)}} = \frac{10}{3} \sqrt{\frac{x + y + z}{10}} \in \mathbf{Q} \Rightarrow x + y + z = 10 k^2$ 5p

$3 \leq x + y + z \leq 27 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x + y + z = 10$

pt $x = 1$ avem 8 soluții, pt. $x = 2$ avem 7 soluții, ..., pt. $x = 8$ avem 1 soluție

$\Rightarrow 1 + 2 + \dots + 8 = 36$ soluții 5p

b) $\overline{abc} = 2k - 1$ (1p)

$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 2k - 1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2k - 2 + (1 + 2 + \dots + k) =$
 $= k(2k + 1) - k(k + 1) = k^2$ 5p

$k = \overline{cba} \Rightarrow 2\overline{cba} - 1 = \overline{abc} \Rightarrow c$ impar și $c < 5 \Rightarrow c \in \{1, 3\}$ 5p

$c = 1 \Rightarrow 2 \cdot \overline{1ba} = \overline{ab2}$ imposibil

$c = 3 \Rightarrow 2 \cdot \overline{3ba} = \overline{ab4} \Rightarrow a = 7, b = 9 \Rightarrow \overline{abc} = 793$ 5p

3. a) desen 2p

b) $\triangle AEC - isocel \Rightarrow \sphericalangle A \equiv \sphericalangle ACE, m(\sphericalangle A) = 30^\circ, m(\sphericalangle ACD) = 60^\circ$ 3p

c) arată $DE = EM$ 2p

(aplică teorema unghiului de 30 grade, sau metoda triunghiurilor congruente, sau proprietatea punctelor de pe bisectoare).

d) $M =$ mijlocul lui AC , BE mediană și înălțime în triunghiul $ABC \Rightarrow \triangle ABC - isocel$

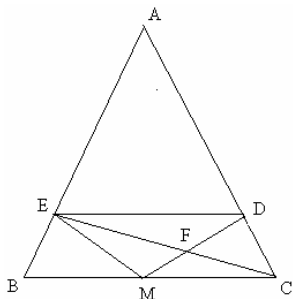
$m(\sphericalangle ACB) = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC - echilateral$ 3p

4. a) $\triangle BEM \cong \triangle CDM \Rightarrow BE = CD$ 5p

$$\Rightarrow AE = AD \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$\Rightarrow DE \parallel BC$ (reciproca lui Thales) 5p

b) Fie F mijlocul lui [MD]



$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle CFM \cong \triangle EFD$ 5p

$\Rightarrow CF = FE \Rightarrow CDEM$ paralelogram 5p

$$\Rightarrow DE = MC = \frac{BC}{2} \Rightarrow DE \text{ linie mijlocie} \Rightarrow E \text{ mijlocul lui } [AB]$$

$\Rightarrow ME$ linie mijlocie $\Rightarrow ME \parallel AC$ 5p

Cum $ME \perp AB \Rightarrow AC \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic 5p

10p - oficiu