Olimpiada de Matematică -faza locală- Iasi

30 Ianuarie 2010

<u>CLASA a VII-a</u>

1. Se dă suma $S=\frac{2009}{1\cdot 3}+\frac{2009}{3\cdot 5}+\frac{2009}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{2009}{2007\cdot 2009}$. Să se arate că:

a) $S\in \mathrm{N}$

b) să se determine x ştiind că $x+S=2010$

2. a) Câte triplete (x, y, z) cu x, y, z > 0 şi $\sqrt{\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}}\in \mathbf{Q}$ există?

b) Să se afle numărul natural $\overline{abc}$ astfel încât $\sqrt{1+3+5+\ldots+\overline{abc}}=\overline{cba}$.

3. În triunghiul $ADC, m(<ADC)=90^0$, bisectoarea unghiului ACD intersectează latura AD în E. Dacă $[AE]\equiv[EC], EM\perp AC, M\in(AC)$ şi $EM\cap CD=\{B\}$, se cere:

a) Realizaţi desenul respectând datele problemei;
b) Să se determine măsurile unghiurilor triunghiului ADC;
c) Să se demonstreze că triunghiul DEM este isoscel;
d) Să se demonstreze că triunghiul ABC este echilateral.

4. Fie ABC un triunghi isoscel ((AB) ≡ (AC)) şi M mijlocul lui (BC). Construim $ME\perp AB$,

$E\in AB$ şi $MD\perp AC$, $D\in AC$.

a) Să se arate că $DE \parallel BC$;

b) Ştiind că CE conţine mijlocul lui MD să se arate că ΔABC este dreptunghic