BIHOR ETAPA JUDEȚEANĂ 12.03.2011

Clasa a V-a

Problema 1.

Fie multimea M={1; 2; 3;...; 2013}. Se sterg la intamplare doua numere din multime, iar in locul lor se scrie diferenta dintre cel mai mare dintre cele doua numere si cel mai mic dintre cele doua numere, apoi se sterg alte doua numere din multime si se pune in locul lor diferenta dintre cel mai mare si cel mai mic si tot asa pana cand M va contine doar un singur element. Determinati paritatea acestui element.

Problema 2.

a) Comparati numerele $a^{\overline{bb}}$ si $b^{\overline{aa}}$, cu a≠b, stiind ca $a^3 = b^2$.

b) Fie sirul 4; 7; 10; 13;.... Aflati suma primilor 2011 termeni ai sirului.

Problema 3.

i) În produsul $1\cdot2\cdot3\cdot4$ .... $2007 \cdot 2008$ se elimină toate numerele pare şi acelea care au ultima cifră 5. Să se determine ultima cifră a produsului numerelor rămase.

ii) Să se afle restul împărțirii numărului $1\cdot2\cdot3\cdot4 \cdot$ .... $\cdot 2007 + 2008$ la 105.

Problema 4.

Fie A= $(n+1)^{2006} - n^{2006}$, n număr natural. Arătați că cel puțin unul dintre numerele $A^2 + 4\cdot A + 2$ şi $A^2 + 4\cdot A$ nu este pătrat perfect.

Clasa a VI-a

Problema 1.

Fiecare punct al dreptei d se coloreaza cu una din culorile rosu sau albastru. Sa se arate ca exista trei puncte diferite pe dreapta d, colorate cu aceeasi culoare astfel incat unul dintre cele trei puncte sa fie mijlocul segmentului cu capetele in celelalte doua puncte.

Problema 2.

Fie sirul de fractii $\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\frac{1}{4};...$ Se cere:

a) produsul primilor 55 de termeni ai sirului; b) a cata fractie din sir este $\frac{2011}{2012}$? Justificati.

Problema 3.

Intr-o urna sunt 2011 bile. Doi elevi A si B se joaca astfel: mai intai elevul A extrage din urna cel putin o bila si cel mult 10 bile, apoi elevul B extrage din urna cel putin o bila si cel mult 10 bile, apoi elevul A extrage din urna cel putin o bila si cel mult 10 bile si tot asa pana se termina bilele din urna. Castiga elevul care extrage ultima bila din urna. Aratati ca exista o strategie ca unul dintre elevi sa castige tot timpul.

Problema 4.

Fie unghiurile AOB si BOC astfel incat $m(\sphericalangle AOB) = 3\cdot m(\sphericalangle BOC)$. Stiind ca masura unghiului format de bisectoarele celor doua unghiuri este 60^0, sa se afle masurile unghiurilor AOB si BOC.