

**BAREM DE CORECTARE – CLASA A VI-A**

<b>1.</b>	a) $2n + 3p = 2007$ și se deduce că $n$ este divizibil cu 3, deci $n = 3k$	<b>1p</b>
	$2k + p = 669$ , deci $p$ este impar : $p = 669 - 2k \geq 1 \Rightarrow k \leq 334$	<b>1p</b>
	$k \in \{0,1,2,3,\dots,334\}$ , există deci 335 perechi care verifică egalitatea din enunț	<b>1p</b>
	b) $A(n, p) + B(n, p) = 3(2n + 3p + 3) + n + 2$ , deci $(n + 2)$ se divide cu 3	<b>1p</b>
	$A(n, p) = 3p + 2(n + 2)$ și $B(n, p) = 3(n + 3p + 1) + 2(n + 2)$ , concluzia fiind imediată	<b>1p</b>
	c) $\frac{B(1, n)}{A(n, 1)} = \frac{12 + 6n}{2n + 7} = 6 - \frac{9}{2n + 7} \in \mathbb{Z}$ (sau : $(2n + 7) \mid (2n + 7)$ și $(2n + 7) \mid (6n + 12) \Rightarrow (2n + 7) \mid (6n + 21 - 6n - 12)$ )	<b>1p</b>
	$(2n + 7) \in \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\} \Rightarrow n \in \{-8, -5, -4, -3, -2, 1\}$	<b>1p</b>
<b>2.</b>	Notăm măsura unghiului $\widehat{AOB}$ cu $n$ (exprimată în grade) și avem : $\widehat{AOC} = \widehat{BOC} = \frac{n}{2}$	<b>2p</b>
	$\widehat{AOD} = \widehat{DOC} = \frac{n}{4}$ și $\widehat{DOB} = \frac{3n}{4}$ , deci $\widehat{DOE} = \widehat{BOE} = \frac{3n}{8}$ și	<b>2p</b>
	$\widehat{AOE} = \widehat{AOD} + \widehat{DOE} = \frac{5n}{8}$	<b>1p</b>
	$\widehat{AOF} = \widehat{FOE} = \frac{5n}{16}$	<b>1p</b>
	$\widehat{DOF} = \widehat{AOF} - \widehat{AOD} = \frac{5n}{16} - \frac{n}{4} = \frac{n}{16} = 5^\circ$ , de unde $n = 80^\circ$ .	<b>1p</b>
<b>3.</b>	Dacă bisectoarele se intersectează în $I$ , atunci $m(\widehat{AIB}) = 120^\circ$	<b>1p</b>
	Notăm $m\left(\frac{\widehat{A}}{2}\right) = x, m\left(\frac{\widehat{B}}{2}\right) = y$ și avem $x + y = 60^\circ$ , de unde $2x + 2y = 120^\circ \Rightarrow m(\widehat{C}) = 60^\circ$ .	<b>2p</b>
	In acest caz obținem: $(\widehat{A}, \widehat{B}) \in \{(15^\circ, 105^\circ), (30^\circ, 90^\circ), (45^\circ, 75^\circ), (60^\circ, 60^\circ), (75^\circ, 45^\circ), (90^\circ, 30^\circ), (105^\circ, 15^\circ)\}$ ,	<b>2p</b>
	adică 7 triunghiuri.	
	Situația se poate repeta pentru orice alt vârf, deci avem în total $3 \cdot 7 - 2 = 19$ triunghiuri (cele echilaterale se numără o singură dată).	<b>2p</b>
<b>4.</b>	a) notăm, de exemplu, cu $a, b, c, d, m, n, p, q$ numerele plasate în punctele $A, B, C, D, M, N, P$ , respectiv $Q$ ; din $m = \frac{a+b}{2}, n = \frac{b+c}{2}, p = \frac{c+d}{2}, q = \frac{d+a}{2}$ , se ajunge la	<b>3p</b>
	$m + n + p + q = a + b + c + d = S$ , deci $m + n + p + q + a + b + c + d = 2S$	
	Deoarece suma elementelor mulțimii $H$ este egală cu 61, adică un număr impar, avem $2S \neq 61$ , deci $H$ nu este o mulțime <i>geometrică</i> .	<b>2p</b>
	b) de exemplu, se poate înlocui 8 cu 11. Mai trebuie acum arătat că plasarea numerelor verifică proprietatea (P) !!!; într-adevăr, avem: $a = 6, m = 9, b = 12, n = 11, c = 10, p = 7, d = 4, q = 5$ .	<b>2p</b>