

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană
12 Martie 2011

CLASA a VI-a
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Problema 1.

- a.) $2^{100} + 2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + 2^{103} + \dots + 2^{2010} =$
 $= 2 \cdot 2^{100} + 2^{101} + \dots + 2^{2010} = 2^{101} + 2^{101} + \dots + 2^{2010} = \dots = 2^{2010} + 2^{2010} = 2^{2011} \dots\dots\dots 2p$
 $2^{2011} - 2^{2011} = 0 \dots\dots\dots 1p$
- b.) $2010 : 15 = 134$, sunt 134 numere divizibile cu 15.1p
 $2010 = 111 \cdot 18 + 12$, sunt 111 numere divizibile cu 18.1p
 $[15;18] = 90$ și $2010 = 90 \cdot 22 + 30$, sunt 22 de numere divizibile cu 15 și 181p
 $134 + 111 - 22 = 223$ numere divizibile cu 15 sau cu 18.0,5p
 $2010 - 223 = 1787$, numere care nu se divid nici cu 15 și nici cu 18.0,5p

Problema 2.

- a.) Presupunem $d \mid 2n+7$ și $d \mid 4n-3$ 1p
Avem $d \mid (2(2n+7) - (4n-3)) \Rightarrow d \mid 17$ 1p
Pentru $d = 17$, $n = 5$ 1p
- b.) $\frac{r}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \frac{2a}{3}$ 1p
 $\frac{a}{v} = \frac{4}{5} \Rightarrow v = \frac{5a}{4}$ 1p
Numărul tuturor bilelor este $\frac{2a}{3} + \frac{5a}{4} + a = \frac{35a}{12}$ 1p
Raportul căutat $\frac{\frac{5a}{4}}{\frac{35a}{12}} = \frac{3}{7}$ 1p

Problema 3.

- $a + b + c = 36 \cdot 2$ 1p
 $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = 3k$ și $b = 5k$ 1p
 $\frac{3a+b}{14} = \frac{2a-c}{2} \Rightarrow \frac{14k}{14} = \frac{6k-c}{2}$ 2p
 $2k = 6k - c \Rightarrow c = 4k$ 1p
 $3k + 5k + 4k = 72 \Rightarrow k = 6$ 1p
 $a = 18cm$, $b = 30cm$, $c = 24cm$ 1p

Problema 4.

- Desen corect1p
a.) Alegerea triunghiurilor AMD și AND 1p
Demonstrația $\square AMD \equiv \square AND$ 3p
b.) Demonstrația $\triangle AMB \equiv \triangle ANE$ 2p