Olimpiada de Matematică –etapa județeană- Galați 12 martie 2011

Clasa a V-a

Problema 1. Să se determine câtul şi restul împărţirii numărului $5 \cdot n+8$ la numărul $n+1$, unde n este număr natural nenul.

Dana Radu, Bucureşti, GM nr.12/2010

Problema 2. Să se determine ultimele patru cifre ale numărului $7^{2013}-7^{2012}+7^{2011}-7^{2010}$.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi

Problema 3. Ştiind că numerele $a=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n+57$ şi $b=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot m+58$ sunt numere naturale pătrate perfecte, $n, m \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul m^2+n^2 este pătrat perfect? Justificare.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi

Problema 4. Pentru o mulţime $A \subset \mathbb{N}$ sunt îndeplinite simultan următoarele condiţii:

a) $1 \in A$; b) dacă $x \in A$, atunci $3 \cdot x \in A$; c) dacă $5 \cdot x-4 \in A$, atunci $x \in A$.

Să se demonstreze că $11 \in A$.

Problemă selectată de Guiţă Visilina, profesor, Galaţi

Clasa a VI-a

Problema 1. Să se determine numerele naturale de forma $\overline{93xy8}$ care se divid cu 43.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi

Problema 2. i) Să se determine numerele naturale nenule a, b, c, ştiind că sunt invers proporţionale cu numerele $\frac{1}{0,(4)}$; 1; $\frac{1}{0,4}$ şi că $(c+b, a)=1$.

ii) Pentru numerele a, b, c determinate la punctul i), să se rezolve în mulţimea numerelor naturale ecuaţia $\frac{c}{6 \cdot x}-\frac{a}{5 \cdot y}=\frac{b}{45}$, $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Problemă prelucrată de Guiţă Visilina, profesor, Galaţi

Problema 3. Într-o urnă sunt 2011 bilete numerotate cu numere de la 1 la 2011.

Facem următorul joc: scoatem din urnă două bilete, calculăm diferenţa numerelor de pe biletele extrase, iar numărul obţinut îl scriem pe un alt bilet şi-l introducem în urnă. Cele două bilete extrase se rup. Continuăm jocul până când în urnă rămâne un bilet. Să se stabilească dacă numărul scris pe ultimul bilet din urnă este număr par sau număr impar. Justificare.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi

Problema 4. Pe laturile unui unghi propriu $\measuredangle XOY$ se consideră punctele $A, B, C \in (OX$, $(A \neq B \neq C)$ şi $A', B', C' \in (OY$ astfel încât $[OA] \equiv [OA'], [OB] \equiv [OB']$, $[OC] \equiv [OC']$. Fie $AB' \cap A'B=\{M\}$, $AC' \cap A'C=\{N\}, BC' \cap B'C=\{P\}$. Să se demonstreze că punctele M, N, P sunt coliniare.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi