

Clasa a VI-a Barem de evaluare

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	$\overline{93xy8} = 93008 + \overline{xy0} = 93009 + \overline{xy0} - 1.$ $93009 = 43 \cdot 2163.$	2p
	<p>Din $\overline{93xy8}$ se divide cu 43 $\Rightarrow (\overline{xy0} - 1) : 43.$</p> <p>$u(\overline{xy0} - 1) = 9 \Rightarrow (\overline{xy0} - 1)$ este multiplu de 43 care are ultima cifră 9 \Rightarrow</p>	2p
	$\overline{xy0} - 1 = 3 \cdot 43 \Rightarrow \overline{xy0} = 130;$ $\overline{xy0} - 1 = 13 \cdot 43 \Rightarrow \overline{xy0} = 560;$ $\overline{xy0} - 1 = 23 \cdot 43 \Rightarrow \overline{xy0} = 990.$	2p
	<p>Numerele căutate sunt: 93138; 93568; 93998.</p>	1p
2.	<p>i) Numerele naturale nenule a, b, c, sunt direct proporționale cu numerele $0, (4); 1; 0, 4 \Rightarrow \frac{a}{\frac{4}{9}} = \frac{b}{1} = \frac{c}{\frac{2}{5}} \Rightarrow a = \frac{4}{9} \cdot b; c = \frac{2}{5} \cdot b.$</p>	1p
	$\left. \begin{array}{l} a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow b = 9 \cdot t, t \in \mathbb{N}^* \\ c \in \mathbb{N}^* \Rightarrow b = 5 \cdot u, u \in \mathbb{N}^* \\ (9; 5) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow b = 45 \cdot k, k \in \mathbb{N}^*$	1p
	$c = 18 \cdot k; a = 20 \cdot k$ $b + c = 63 \cdot k;$ $(63 \cdot k, 20 \cdot k) = 1 \Rightarrow k = 1;$ $a = 20; b = 45; c = 18.$	1p
	<p>ii) Înlocuind în ecuație pe $a = 20; b = 45; c = 18$, ecuația devine $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1$</p>	1p
	$\frac{3}{x} = \frac{4}{y} + 1 \Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{y+4}{y} \Leftrightarrow 3 \cdot y = x \cdot (y+4) \Rightarrow (y+4) / 3 \cdot y;$ <p>Dar $(y+4) / (y+4) \Rightarrow (y+4) / 3 \cdot (y+4) \Rightarrow (y+4) / 12 \Rightarrow (y+4) \in D_{12}$</p>	2p
	$y \in \mathbb{N}^* \Rightarrow y \geq 1 \Rightarrow y + 4 \geq 5;$ $\left. \begin{array}{l} (y+4) \in D_{12} \\ y+4 \geq 5 \end{array} \right\} \Rightarrow y+4 \in \{6, 12\} \Rightarrow y \in \{2, 8\};$ $y = 2 \Rightarrow x = 1;$ $y = 8 \Rightarrow x = 2.$	1p

De la 1 la 2011 sunt 1006 numere impare (un număr par de numere

impare).

2p

3.	<p>La o extragere, putem avea una din următoarele situații:</p> <p>a) numerele de pe cele două bilete extrase sunt pare \Rightarrow diferența lor este un număr par \Rightarrow se introduce în urnă un număr par \Rightarrow numărul numerelor impare este un număr par;</p> <p>b) numerele de pe cele două bilete extrase sunt impare \Rightarrow diferența lor este un număr par \Rightarrow se introduce în urnă un număr par \Rightarrow numărul numerelor impare este un număr par;</p> <p>c) numerele de pe cele două bilete extrase sunt : unul par, unul impar \Rightarrow diferența lor este un număr impar \Rightarrow se introduce în urnă un număr impar \Rightarrow numărul numerelor impare este un număr par;</p>	3p
	<p>La penultima extragere, în urnă putem avea fie două bilete cu numere pare, fie două bilete cu numere impare. Deci, ultimul bilet va avea scris pe el un număr par.</p>	2p
4.	<p>$\triangle OBA' \equiv \triangle OB'A (L.U.L) \Rightarrow \sphericalangle OBA' \equiv \sphericalangle OB'A;$</p>	2p
	<p>$\triangle A'MB' \equiv \triangle AMB (L.U.U) \Rightarrow [MB] \equiv [MB'].$</p>	1p
	<p>$\triangle OMB' \equiv \triangle OMB (L.L.L) \Rightarrow \sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle A'OM \Rightarrow M \in bisectoarei \sphericalangle xOy$</p>	1p
	<p>Analog, se demonstrează că $N \in bisectoarei \sphericalangle xOy;$ $P \in bisectoarei \sphericalangle xOy;$</p>	2p
	<p>$\Rightarrow M, N, P$ puncte coliniare.</p>	1p
	<p>iii) Fie O vârful unghiurilor. Avem:</p> <p>$m(\sphericalangle s_1 O s_2) = 3^0 = 2^2 - 1, m(\sphericalangle s_1 O s_3) = 3^0 + 5^0 = 8^0 = 3^2 - 1 \dots \dots m(\sphericalangle s_1 O s_k)$ $= 3 + 5 + \dots (2k - 1) = k^2 - 1.$ $m(\sphericalangle s_1 O s_l) = 3 + 5 + \dots (2l - 1) = l^2 - 1$</p> <p>Pentru ca $s_k, s_l, 18 \geq k > l$ să fie semidrepte opuse este necesar să avem: $k^2 - 1 - (l^2 - 1) = 180 \Leftrightarrow k^2 - l^2 = 180 \Leftrightarrow (k - l)(k + l) = 180.$</p> <p>Cei doi factori sunt divizori ai lui 180 cu aceeași paritate, deci sunt divizori pari. În plus $k - l < 18, k + l < 36$. Deci vom avea situațiile :</p> <p>$180 = 6 \cdot 30 = 10 \cdot 18$, adică :</p> $\begin{cases} k - l = 6 \\ k + l = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 18 \\ l = 12 \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} k - l = 10 \\ k + l = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 14 \\ l = 4 \end{cases} \text{ adică}$ <p>semidreptele s_{18}, s_{12} și s_{14}, s_4 sunt semidrepte opuse. În adevăr:</p> <p>$m(\sphericalangle s_{18} O s_1) + m(\sphericalangle s_1 O s_{12}) = 37 + 12^2 - 1 = 37 + 143 = 180^0$ și</p> <p>$m(\sphericalangle s_{14} O s_1) + m(\sphericalangle s_1 O s_4) = 360^0 - (14^2 - 1)^0 + (4^2 - 1)^0 = 360^0 - 195^0 + 15^0 = 180^0$</p>	2p