

## Clasa a V-a - barem de corectare

1. 1p Fie  $t$ , respectiv  $f$  vârsta tatălui și, respectiv al fiecărui dintre fii;  
2p Avem  $t + 3f = 40$  și  $t + 11 = 3(f + 11)$ ;  
4p Se obține  $t = 31$  și  $f = 3$ .
2. 1p Fie  $f$  numărul de fete și  $b$  numărul de băieți;  
2p Avem  $b + f = 28$  și  $bf + f(f - 1) = 270$ ;  
2p Avem  $f(b + f - 1) = 270$ ;  
2p Se obține  $f = 10$  și  $b = 18$ .
3. 3p Numerele sunt  $k, k + 1, \dots, k + 2009$ . Suma lor este  $2010k + 2009 \cdot 1005$ , deci este număr impar;  
4p Fie  $S = A \cup B$ . Vom avea  $\sum_{x \in S} x = \sum_{x \in A} x + \sum_{x \in B} x - \sum_{x \in A \cap B} x$ . Dar  $\sum_{x \in A} x$  și  $\sum_{x \in B} x$  sunt numere impare, iar  $\sum_{x \in A \cap B} x$  este număr impar ca sumă de două numere consecutive. Deducem că  $\sum_{x \in S} x$  este impar și de aici concluzia. (Prin  $\sum_{x \in A} x$  am notat suma elementelor mulțimii  $A$ .)
4. 2p a)  $I(2010) = 1005$  și  $I(2011) = 2011$ ;  
2p b) Este consecința descompunerii numărului  $n$  în factori primi;  
3p c) Avem  $n = 2^s(2k + 1)$  și  $2n = 2^{s+1}(2k + 1)$  de unde deducem concluzia.

## Clasa a VI-a - barem de corectare

1. 1p a) Numărul maxim de drepte se obține când oricare trei puncte nu sunt coliniare;  
2p Acest număr maxim este 45;  
4p b) Din analiza tuturor posibilităților deducem că sunt exact 4 puncte coliniare.
2. 1p a) Avem  $a = nk$ ,  $b = k(n + 1)$  și  $c = k(n + 2)$ ;  
2p Se verifică relația  $2b = a + c$ ;  
2p b) Din ipoteză deducem  $k \in \mathbb{N}^*$ ;  
2p Apoi  $a + b + c = 3k(n + 1)$  și concluzia.
3. 2p Se joacă 6 meciuri, vor fi 5 victorii și un egal. Primele trei echipe câștigă cel puțin un meci pentru că înving pe ultima clasată;  
3p a) Dacă meciul dintre echipa a doua și a treia ar fi egal, atunci prima are 3 victorii, iar a doua și a treia câte o victorie și un egal, deci același punctaj;  
2p b) Deducem că echipa de pe locul întâi a făcut un meci egal. Dacă ar avea o înfrângere atunci ar avea 4 puncte și suma nu ar putea fi 17, deci are două victorii și un total de 7 puncte.
4. 1p a) Desen  
1p Se utilizează cazul de congruență L.U.L.  
2p b) Se utilizează cazul de congruență L.L.L.  
3p c) Din punctul anterior avem  $\sphericalangle CAF \equiv \sphericalangle FEC \equiv \sphericalangle ACB$ ;  
Analog se arată că  $\sphericalangle ECA \equiv \sphericalangle BAC$ ;  
Finalizare cu ajutorul cazului U.L.U.

