

Harghita Olimpiada de matematică etapa județeană – 12 martie 2011

– clasa a V-a

1. Un grup de copii a cumpărat 7 înghețate de ciocolată și 4 de căpșuni, pentru care au plătit împreună 142 lei. Dacă ar fi cumpărat 4 înghețate de ciocolată și 7 de căpșuni, ar fi trebuit să plătească 133 lei. Cât costă o înghețată de ciocolată și cât una de căpșuni?
2. Trei frați au împreună 49 de ani. Al doilea este cu 2 ani mai mare decât dublul vârstei primului frate și este în același timp cu 5 ani mai mare decât al treilea. Ce vârstă are fiecare?
3. Adunând un număr de două cifre și un număr de trei cifre se obține 177. Dacă inversăm ordinea cifrelor în ambele numere, suma numerelor astfel obținută va fi 483. Care au fost cele două numere inițiale?
4. Ana și Eva vor să cumpere aceeași carte. Din banii Anei lipsește $\frac{1}{3}$ parte din prețul cărții, iar din banii Evei $\frac{1}{4}$ parte din prețul cărții. Împreună pot cumpăra cartea într-un singur exemplar și le mai rămân 40 de lei. Cât costă cartea?
5. Fie numărul natural $n = \overline{abcde7}$ scris în baza zece. Să se arate că dacă n este divizibil cu produsul cifrelor sale, atunci cel puțin două dintre cifrele a, b, c, d, e sunt egale.

– clasa a VI-a

1. Este reductibilă fracția următoare?
$$\frac{2010^{2009} + 7^{13} - 13^7}{2009^{2010} + 7^{13} + 13^7}$$
2. Să se determine numerele întregi pozitive a și b , dacă $a + b = 667$ și dacă știm că cel mai mic multiplu comun este de 120 de ori mai mare decât cel mai mare divizor comun!
3. Care sunt numerele prime p și r pentru care avem
$$p + p^2 + p^3 + r + r^2 + r^3 = 2393?$$
4. Dacă pe calculator se copiază mai multe mape, două benzi arată cum avansează copierea. Banda de sus arată cât la sută s-a copiat din mapa pe care tocmai o copiază calculatorul, iar cea de jos arată cât la sută s-a copiat din totalul mapelor pe care vrem să le copiem. Se copiază trei mape. Când se copiază prima mapă, la un moment dat banda de sus arată 35%, iar cea de jos 14%. La copierea mapei a doua, când banda de sus arată 24% pe banda de jos se vede 46%. Ce arată banda de sus când banda de jos arată 72%?
5. Bisectoarea AP ($P \in (BC)$) a triunghiului ABC intersectează înălțimea din B a triunghiului în punctul D , iar înălțimea din C în punctul E . Știind că distanța de la punctul D la latura (AC) este egală cu distanța de la punctul E la latura (AB) , să se arate că $(AB) \equiv (AC)$!