Soluții – clasa a VI-a

1. Ultima cifră a puterilor lui 7 poate fi: 7, 9, 3, 1, 7, ...
Ultima cifră a lui 7^{13} este 7
Ultima cifră a puterilor lui 13 poate fi: 3, 9, 7, 1, 3, ...
Ultima cifră a lui 13^{7} este 7
Numărătorul este multiplu de 10
Ultima cifră a puterilor lui 2009 poate fi: 9, 1, 9, ...
Ultima cifră a lui 2009^{2010} este 1
Ultima cifră a sumei din numitor este 5
Putem simplifica cu 5

2. Fie $a = x\cdot(a;b)$ şi $b = y\cdot(a;b)$ a.î. $(x;y)=1$
Atunci $a+b=(x+y)\cdot(a;b)=667=23\cdot 29$
Rezultă că $(a;b)=23\,sau\,(a;b)=29$
I. Dacă $(a;b)=23$ atunci $x+y=29$ (1)
Dar $[a;b]=120\cdot 23=2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 23$ şi $a\cdot b=(a;b)\cdot[a;b]$ de unde $xy=2^3\cdot 3\cdot 5$ (2)
Din (1) şi (2) rezultă $x=24$ şi $y=5$
Deci $a=552$ şi $b=115$
II. Dacă $(a;b)=29$ atunci $x+y=23$ şi $xy=2^3\cdot 3\cdot 5$
De unde $x=15$ şi $y=8$

3. Rezultă $a=435$ şi $b=232$ Suma este impară, deci printre numere este un număr par.
Fie acest număr p, care este prim, deci $p=2$
Avem $r+r^2+r^3=2393-14=2379$, de unde
$r+r^2+r^3=r(1+r+r^2)=2379=3\cdot 13\cdot 61$