MURES **FAZA JUDETEANA 12.03.2011**

Clasa a V-a

Subiectul I Arătați că numărul natural $\overline{abc}$ este pătrat perfect unde :

a= $\left\{16^8 \cdot 8^7 \cdot 4^6 \cdot 2^5 + \left[\left(3^{502}\right)^2\right]^2 + 2008^0\right\} : \left\{\left(27^{100} : 9^{25} \cdot 3\right)^8 + \left(2^7\right)^{10} + 1^{2008}\right\}$

b este ultima cifră a numărului x= $12^{33} + 13^{22} + 15^{2233}$

iar c este ultima cifră a numărului y= 2009^{2011}.

Subiectul II a) Demonstrați că numărul $N = x^2 + y + x + y^2$ este număr par pentru orice numere naturale x şi y.

b) Determinați numarul $\overline{xy}$ stiind ca cifrele x şi y verifică egalitatea: $x^2 + y + x + y^2 - 11 = 4^{(x-y)}$

Subiectul III Considerăm şirul: 1,2,3,4,6,7,8,9,11,12,13,14,16,17,.......

a) Arătați că 2010 nu este termen al şirului

b) Determinați termenul de pe locul 2010

c) Calculați suma primilor 2010 termeni ai şirului

Subiectul IV Fie mulțimile $A_1, A_2, ...A_n$, unde $A_1 = \left\{\text{ultima cifră a lui } x^2, x \in \mathbb{N}\right\}$,

$A_2 = \left\{\text{ultima cifră a lui } x^2, x \in A_1\right\}$,..., $A_n = \left\{\text{ultima cifră a lui } x^2, x \in A_{n-1}\right\}$, respectiv $I = A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n$.

a) Să se determine *card I.*

b) Dacă $B = \left\{0, 3m, 6s - 1, 2^{p-1} - 1\right\}$, aflați numerele naturale *m, n, s* şi *p* ştiind că *B*=*I*, $m \in \mathbb{N}^*$, *p* număr prim.

Clasa a VI-a

Subiectul I Suma a 10 numere naturale nenule şi distincte este 62. Arătați că produsul lor este divizibil cu 60.

Subiectul II

Se dau numerele $N_1 = \overline{xxx...x}$ cu 2012 cifre şi $N_2 = \overline{x0x0x...0x}$ cu 2011 cifre, unde x este cifră nenulă.

a) Să se studieze dacă numărul $\dfrac{N_1}{N_2}$ este număr natural.

b) Să se determine restul împărțirii numărului $\dfrac{N_1}{x}$ la 6.

Subiectul III

Bananele dintr-o cutie, pentru a fi comercializate, sunt puse în pungi. Dacă se pun câte 8 banane, într-o pungă rămân 5 banane, dacă se pun câte 10 banane, într-o pungă rămân 7 banane, iar dacă se pun câte 18 banane, într-o pungă rămân 15 banane. Să se afle numărul maxim de banane din cutie, ştiind că acesta nu depăşeşte 2011.

Subiectul IV

În interiorul triunghiului ABC se consideră un punct M astfel încât $\dfrac{m(MBC)}{m(ABC)} = \dfrac{m(MCB)}{m(ACB)} = \dfrac{1}{3}$ şi punctele *P* şi *Q* pe laturile *AB*, respectiv *AC* astfel încât [*BP*] ≡ [*BM*] şi [*CQ*] ≡ [*CM*]. Bisectoarele unghiurilor *ABM* şi *ACM* se intersectează în punctul *S*.

a) Arătați că [*BM* este bisectoarea unghiului *SBC.* b) Aratati ca [SM este bisectoare unghiului BSC

c) Arătați că $[MQ] \equiv [MP]$.