SIBIU OLIMPIADA DE MATEMATICĂ FAZA JUDEȚEANĂ 12.03.2011

CLASA a V-a

1. Considerăm șirul: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, ...
(2p) a) Arătați că 2010 nu este termen al șirului.
(3p) b) Determinați termenul de pe locul 2010.
(2p) c) Calculați suma primilor 2010 termeni ai șirului. *Gazeta Matematică*

2. (4p) a) Arătați că nu există niciun număr natural care, prin împărțire la 2016, să dea restul 2013, iar prin împărțire la 2013 să dea restul 2011.
(3p) b) La un concurs de matematică au participat 60 de elevi de clasa a V-a. Subiectul 1 a fost rezolvat corect de 54 de elevi, subiectul 2 de 45 de elevi, subiectul 3 de 48 de elevi și subiectul 4 de 39 de elevi. Demonstrați că cel puțin 6 elevi au rezolvat corect toate cele 4 subiecte. *Liviu Ardelean*

3. (2p) a) Arătați că $a = 2010^2 + 2010 + 2011$ este pătrat perfect.
(5p) b) Determinați numerele de forma $11 \cdot \overline{x0y}$ pătrate perfecte. *Cornel Țichindelean*

4. Fie mulțimile: $A = \left\{ \overline{ab} \,\middle|\, \frac{\overline{ab}}{8} = \frac{\overline{ba}}{14} \right\}$, $B = \{x \in N \mid 35 < x < 50, x \text{ are } 9 \text{ divizori}\}$, $C = \left\{ x \in N \,\middle|\, x = \frac{\overline{4a5}}{15} \right\}$.
(4p) a) Determinați mulțimile *A* și *B*.
(3p) b) Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
p_1: „Suma elementelor mulțimii C este un număr divizibil cu 15”. *Monica Pau*
p_2: „$A \cap B = \{36, 48\}$”.

CLASA a VI-a

1. (4p) a) Rezolvați ecuația: $5 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6^3 + ... + 5 \cdot 6^{2008} = x^{2009} - 1$. **(3p) b)** Arătați că $\frac{6^{2009} - 6}{35} \in \mathbb{N}$.
Gazeta Matematică

2. (2p) a) Determinați valoarea raportului $\frac{2011a - 2010b}{2012a - 2010b}$, știind că $\frac{3a - 2b}{2a + b} = \frac{1}{2}$.
(5p) b) Aflați numerele naturale *a*, *b*, *c*, *d*, știind că numerele *a*+3, *b*+4, *c*+5, sunt direct proporționale cu 2, 3, 4, numerele *c*+5, *d*+7 sunt invers proporționale cu 0,5 și 0,(3), unde 3*a*+4*b*+5*c*+6*d* = 148870.
Monica Guita

3. (7p) Unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ se aleg astfel încât cele cu o latura comună să fie adiacente, iar $m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) = 120^\circ$. Dacă $3a + b + 6c = 51$, unde *a*, *b*, *c* numere prime, *b* $m(\sphericalangle AOB) = a \cdot m(\sphericalangle BOC)$ și $c \cdot m(\sphericalangle BOC) = b \cdot m(\sphericalangle COD)$, determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle COD$.

4. Se consideră triunghiul echilateral ABC și punctul D pe semidreapta opusă semidreptei *(BC*, astfel încât $[DB] \equiv [BC]$. Construim punctul E în semiplanul determinat de dreapta AD, ce nu conține punctul B, astfel încât $d(E, AB) = EA$, $d(E, DC) = ED$, $EA = ED$ și punctul F, astfel încât $D \in (BF)$ și $[FD] \equiv [BC]$.
(2p) a) Demonstrați că $\Delta FDE \equiv \Delta BAE$. **(2p) b)** Arătați că $[EB$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AED$.
(3p) c) Știind că $P_{\Delta AEC} = 92cm$, $EC - AE = 4cm$, $AE - AC = 8cm$, determinați lungimile laturilor triunghiului *AEC*. *Liviu Ardelean*