Inspectoratul Şcolar Judeţean Sălaj

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICA
Etapa judeteana, 12 martie 2011

Barem de corectare - Clasa a V-a

1. $x=\left[3^{121}:3^{120}+5^{6}:5^{4}\right]:4=(3+25):4=7$ ....2 p

$y=100:\left[23+34:\left(18^{2}:18-1:1\right)\right]=100:(23+34:17)=100:25=4$ ....2 p

cum $u\left(x^{2009}+2008^{y}\right)=u\left(7^{2009}+2008^{4}\right)=u(7+6)=3$ ....2 p

$x^{2009}+2008^{y}$ nu este pătrat perfect...1 p

2.
a) Din 1) şi 2) rezultă că orice număr de forma $3k$ este roşu, de forma $3k+1$ este galben şi de forma $3k+2$ este verde..2 p
cum orice număr natural este de una dintre formele de mai sus, rezultă că orice număr este colorat..1 p

b) fie x roşu, y galben şi z verde $\Rightarrow$ $x=3p$, $y=3q+1$, $z=3r+2$ ....1 p
rezultă $x+y+z=3p+3q+3r+3=3(p+q+r)\Rightarrow(x+y+z)\vdots3$ ....1 p
c) $2011=670\cdot3+1$ ....1 p
$\Rightarrow 2011$ este galben $\Rightarrow 2011$ nu este verde...1 p

3.

a) Inegalitatea $2^{90}<10^{28}$ se reduce la $2^{45}<10^{14}$ sau împărţind prin 2^{14} ajungem la $2^{31}<5^{14}$..2 p
cum $2^{31}<2^{32}$, rămâne să arătăm că $2^{32}<5^{4}\Leftrightarrow2^{16}<5^{7}\Leftrightarrow65536<78125$ ....2 p
b) avem $2^{90}=\left(2^{10}\right)^{9}=1024^{9}>1000^{9}=\left(10^{3}\right)^{9}=10^{27}$ ....1 p
de asemenea avem $2^{90}=1024^{9}<10^{28}$ ....1 p
din $10^{27}<2^{90}<10^{28}$ deducem că 2^{90} are 28 de cifre..1 p

4. Notăm cu $v_1,v_2,v_3,....,v_{11}$ vărstele celor 11 copii.
Avem $v_1+v_2+v_3\le19$,..2 p
de asemenea $v_2+v_3+v_4\le19$, ... $v_{10}+v_{11}+v_1\le19$ ....1 p
prin însumare rezultă $3\left(v_1+v_2+...+v_{11}\right)\le11\cdot19$ ....1 p
dar $v_1+v_2+v_3+v_4\ge25$ ....1 p
şi de aici $v_2+v_3+v_4+v_5\ge25$,..., $v_{11}+v_1+v_2+v_3\ge25$ care prin însumare conduc la
$4\left(v_1+v_2+...+v_{11}\right)\ge4\cdot25$ ....1 p
În concluzie $11\cdot25:4\le v_1+v_2+...+v_{11}\le11\cdot19:3$ şi cum
$v_1+v_2+...+v_{11}\in\mathbb{N}\Rightarrow v_1+v_2+...+v_{11}=69$ ....1 p