

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ, 12.03.2011

CLASA A VI-A

BAREME

Subiectul 1.

Oficiu	1p
$1 + \frac{91x - 9}{990} + 2 + \frac{82x - 8}{990} + \dots + 9 + \frac{19x - 1}{990} = 50$	2p
$45 + \frac{91x + 82x + 73x + \dots + 19x - 45}{990} = 50$	1p
$91x + 82x + 73x + \dots + 19x - 45 = 4950$	2p
$100 \cdot (9 + 8 + 7 + \dots + 1) + 10 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) + 9x - 45 = 4950$	
$100 \cdot 45 + 10 \cdot 45 + 9x - 45 = 4950$	
$4500 + 450 + 9x - 45 = 4950 \Rightarrow x = 5$	2p

Subiectul 2.

Oficiu	1p
$p_1 = 2, p_2 = 3, p_n > 2, \forall n > 1$	1p
$p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} + 1$ este un număr impar	1p
Presupunem că $p_n = 5 \Rightarrow p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} + 1 = 5^k = \overline{\dots 25}$	2p
$p_1 p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1} = \overline{\dots 24}$	1p
$4 p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{n-1}$, dar $p_i > 2, \forall i > 1$ si p_i prime	
5 nu poate face parte din șir	2p

Subiectul 3.

Oficiu	1p
Figura	1p
a. $AQ = CP$ din ipoteză	
$AP + PQ = CQ + PQ \Leftrightarrow AP = CQ \Leftrightarrow [AP] \equiv [CQ](1)$	1p
Q aparține mediatoarei segmentului $[AB] \Rightarrow AQ = BQ(2)$	
P aparține mediatoarei segmentului $[BC] \Rightarrow CP = BP(3)$	1p

$AQ = CP \Rightarrow BQ = BP \Rightarrow [BQ] \equiv [BP] \Rightarrow \Delta BPQ \Delta$ isoscel **1p**
b. Deoarece triunghiul BPQ isoscel, $[BQ] \equiv [BP] \Rightarrow \widehat{PQB} \equiv \widehat{QPB} \Rightarrow$
 $\widehat{APB} \equiv \widehat{CQB}$ (suplemente de unghiuri congruente.) (5) **1p**
 Comparu am ΔAPB și ΔCQB :
 $[AP] \equiv [CQ]$ (1)
 $\widehat{APB} \equiv \widehat{CQB}$ (5)
 $[BP] \equiv [BQ]$ (4)
 Din relațiile (1), (4) și (5), conform cazului L.U.L., $\Rightarrow \Delta APB \equiv \Delta CQB \Rightarrow$
 $[AB] \equiv [BC] \Rightarrow \Delta ABC$ - isoscel **2p**

Subiectul 4.

Oficiu **1p**
 Figura **1p**
 Fie $Q' \in BC$ astfel încât $m(\widehat{Q'AC}) = 60^\circ$ și fie $AQ' \cap CQ = N$.
 $m(\widehat{NAC}) = 60^\circ$ și $m(\widehat{NCA}) = 60^\circ \Rightarrow \Delta NAC$ echilateral
 $\Rightarrow [NC] \equiv [AC]$ (1) **1p**
 În ΔACP , $m(\widehat{PAC}) = 50^\circ$ și $m(\widehat{PCA}) = 80^\circ \Rightarrow m(\widehat{APC}) =$
 $= 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ \Rightarrow \Delta ACP$ isoscel $\Rightarrow [AC] \equiv [CP]$ (2) **1p**
 Din (1) și (2) $\Rightarrow \Delta NCP$ isoscel, $m(\widehat{NCP}) = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$
 $\Rightarrow m(\widehat{CNP}) = m(\widehat{CPN}) = 80^\circ$ **1p**
 $m(\widehat{BAQ'}) = m(\widehat{BCQ}) = 20^\circ$, $[BA] \equiv [BC]$, $m(\widehat{ABQ'}) \equiv m(\widehat{CBQ}) \Rightarrow$ con-
 form cazului U.L.U. $\Delta Q'BA \equiv \Delta QBC \Rightarrow [Q'A] \equiv [QC]$ dar
 $[NA] \equiv [NC] \Rightarrow [QN] \equiv [Q'N]$
 $\widehat{ANC}, \widehat{Q'NQ'}$ -opuse la vârf $m(\widehat{Q'NQ'}) = 60^\circ$.
 $\Delta Q'NQ'$ isoscel având un unghi de $60^\circ \Rightarrow \Delta Q'NQ'$ echilateral
 $\Rightarrow [QN] \equiv [QQ']$ (3) **1p**
 $m(\widehat{Q'NP}) = 180^\circ - m(\widehat{ANC}) - m(\widehat{CNP}) = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.
 $m(\widehat{NQ'P}) = 180^\circ - m(\widehat{Q'AC}) - m(\widehat{PCA}) = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ \Rightarrow$
 $\Delta PNQ'$ - isoscel $\Rightarrow [PN] \equiv [PQ']$ (4) **1p**
 Din (3) ,(4) și $[PQ]$ -latura comună $\Rightarrow \Delta QNP \equiv \Delta QQ'P$ conform cazului
 L.L.L. $\Rightarrow m(\widehat{QPN}) = m(\widehat{Q'PQ}) =$
 $= \frac{180^\circ - m(\widehat{CPN})}{2} = 50^\circ$
 $m(\widehat{NPA}) = m(\widehat{CPN}) - m(\widehat{CPA}) = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$
 $m(\widehat{APQ}) = m(\widehat{QPN}) + m(\widehat{NPA}) = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$ **1p**