BAREM DE CORECTARE Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1

Prin reducere la absurd presupunem că există x, y $\in$ N astfel încât să avem:

$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = y^2 + (y + 1)^2 + (y + 2)^2 + (y + 3)^2 + (y + 4)^2$ ……………..…. 1p

Oricare ar fi x $\in$N avem: $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = M_3 + 2$ ……………………….....2p

Notăm $S = y^2 + (y + 1)^2 + (y + 2)^2 + (y + 3)^2 + (y + 4)^2$

Dacă $y = M_3$ sau $y = M_3 + 2$ atunci $S = M_3$ …………………………………….……2p

Dacă $y = M_3 + 1$ atunci $S = M_3 + 1$ ……………………………………………….1p

Finalizare ……………………………………………………………………………1p

SUBIECTUL 2

a) Egalitatea este echivalentă cu: $\frac{5a}{4a+3} = \frac{b-1}{b}$ ……………………………..………1p

$\frac{b-1}{b} < 1$ ……………………………………………………………………….1p

$\Rightarrow 5a < 4a + 3 \Rightarrow a < 3$ ……………………………………………………….1p

Finalizare a = 2 și b = 11 …………………………………………………………..1p

b) $(a_1 + a_2)(a_2 + a_3)(a_3 + a_4) \cdot \ldots \cdot (a_{2010} + a_{2011})(a_{2011} + a_1)$ - par ………..…….1p

$\Rightarrow U(\boldsymbol{N}) = 6$ ……………………………………………………………………..1p

Finalizare rest = 0 ……………………………………………………………….1p

SUBIECTUL 3

a) $\Delta AEF \equiv \Delta MED$ (l.u.l.) $\Rightarrow (AF) \equiv (DM)$ (1) și $\angle AFE \equiv \angle MDE$ (2) ....…………1p

Din (2) $\Rightarrow \angle BDM \equiv \angle CFA$ …………………………………………………1p

$\Delta AFC \equiv \Delta MDB$ (l.u.l.) $\Rightarrow \widehat{CAF} \equiv \widehat{BMD}$ ……………………………………….1p

b) $\Delta MEF \equiv \Delta AED$(l.u.l.) $\Rightarrow (AD) \equiv (FM) \equiv (AF)$ ………………………………...…1p

$\Delta AED \equiv \Delta AEF$ (l.l.l.) $\Rightarrow \angle ADE \equiv \angle AFE \Rightarrow \angle ADB \equiv \angle AFC$ ……………………..2p

$\Delta ADB \equiv \Delta AFC \Rightarrow \angle BAD \equiv \angle CAF$ …………………………………………….1p

SUBIECTUL 4

a) Presupunem că există x natural nenul astfel încât x şi x+5 sunt colorate diferit.

- Dacă x este alb și x+5 este roşu

  x = alb $\Rightarrow$ x + 10 = alb $\Rightarrow$ x+20=(x+10)+10 trebuie să fie alb ……………..……… 1p

  Dar x+5 = roşu $\Rightarrow$ x + 20 = (x + 5) + 15 trebuie să fie tot roşu (Contradicţie)..….....1p

- Dacă x este roşu şi x+5 este alb

  x = roşu $\Rightarrow$ x + 15 = roşu

  x + 5 = alb $\Rightarrow$ x + 15 = (x+5)+10 este alb.(Contradicţie)……………………………2p

b) Din a) rezultă că numerele colorate cu aceeaşi culoare dau acelaşi rest la împărţirea cu 5 ……………………………………………………………………………2p

Deci printre primele 2000 numere sigur vor fi cel puţin 400 albe …...…………1p