# Micii matematicieni editia a VI-a *26 martie 2011*

## Clasa a V - a

### Subiectul I (20 puncte) :

**1.** Se dau numerele :

$$a=\left(2^{20}:4^5-1024+10^2-2^6-6^2\right)^{2011}+2011^2-2010\cdot 2011 \text{ și}$$

$$b=x:\left[x+x:(2\cdot x-x):1-1\right] \text{ cu } x\neq 0.$$

Arătaţi că numărul $2012\cdot(a+b)\cdot(a-2010\cdot b)^{2011}$ este pătrat perfect.

2. Demonstraţi că numărul $x=\overline{abc}+\overline{cab}+\overline{bca}+21\cdot a-3\cdot b-78\cdot c$ nu este număr prim, oricare ar fi cifrele $a,b,c$.

### Subiectul II (20 puncte) :

**1.** Să se determine numerele de forma $\overline{xyzt}$ ştiind că împărţind acest număr la $\overline{yzt}$ obţinem câtul egal cu $x+1$ şi restul egal cu $x+2$.

**2.** Se consideră numărul $A=10^{2011}-2008$. Arătaţi că suma cifrelor acestui număr este divizibilă cu $2010$

### Subiectul III (20 puncte) :

Vârstele celor şapte pitici sunt numere naturale consecutive, iar cel mai mic pitic are vârsta un număr prim. Ştiind că Alba ca Zăpada este cea mai tânără dintre pitici şi că împreună cu ei însumează 172 ani, aflaţi vârsta fiecăruia.

## Clasa a VI - a

### Subiectul I (20 puncte) :

1.
  a) Arătaţi că are loc egalitatea $(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2$ pentru orice $a,b\in\mathbb{}$ .

  b) Folosind a), calculaţi $2011^2-2010^2+2009^2-2008^2+...+3^2-2^2+1^2$.

**2.** Arătaţi că numărul N$=1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2010}+3^{2011}$ nu este pătrat perfect, dar este divizibil cu un pătrat perfect.

### Subiectul II (20 puncte) :

Perechile de unghiuri $\sphericalangle AOB,\sphericalangle BOC$, respectiv $\sphericalangle BOC,\sphericalangle COD$ sunt adiacente și $m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)+m(\sphericalangle COD)=140°$. Se mai știe că măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB,\sphericalangle BOC$ sunt direct proporționale cu numerele $m$ și $n$, iar măsurile unghiurilor $\sphericalangle BOC,\sphericalangle COD$ sunt invers proporționale cu numerele $p$ și $n$, unde $m,n$ și $p$ sunt numere naturale prime care verifică egalitatea $m+10n+2p=82$.

a) Să se determine numerele $m,n$ și $p$.

b) Să se calculeze măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB,\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle COD$.

c) Dacă, în plus, unghiurile $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle COD$ sunt adiacente, iar punctul $M$ se găsește în semiplanul determinat de dreapta $OD$ și punctul $C$, astfel încât $m(\sphericalangle DOM)=90°$ și $N$ astfel încât $(ON$ este bisectoarea $\sphericalangle COM$, să se demonstreze că $(ON$ este și bisectoarea $\sphericalangle AOD$.

### Subiectul III (20 puncte) :

| | | |
|---|---|---|
| a | b | c |
| d | x | e |
| m | n | p |

Un pătrat magic este un tabel având suma pe fiecare linie, pe fiecare coloană şi pe fiecare diagonală de aceeaşi valoare.

Tabelul alăturat este un pătrat magic completat cu cifre nenule şi distincte.

a) Arătaţi că $x=5$.

b) Demonstraţi că în colţurile pătratului sunt numai cifre pare.

c) Găsiţi toate pătratele magice ce se pot forma.