

**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa finală pentru clasele V-VI**  
Slatina – 30 mai 2009

**CLASA a VI-a**

**Problema 1.** Pe o tablă sunt desenate punctele coliniare  $A$ ,  $O$  și  $C$ , în această ordine. Anghel și Costel trasează, pe rând, semidreptele  $[OA_1]$  și  $[OC_1]$ , în sensul deplasării acelor de ceasornic, astfel încât  $m(\angle AOA_1) = 3^\circ$  și  $m(\angle COC_1) = 7^\circ$ . La pasul următor, păstrând sensul, Anghel trasează semidreapta  $[OA_2]$  astfel încât  $m(\angle A_1OA_2) = 3^\circ$  și Costel trasează semidreapta  $[OC_2]$  astfel încât  $m(\angle C_1OC_2) = 7^\circ$ . Construcția continuă după aceeași regulă (unghi de  $3^\circ$ , urmat de unghi de  $7^\circ$ ) până la pasul final, fie acesta  $n$ , când semidreapta  $[OC_n]$  coincide cu semidreapta  $[OA_n]$ .

a) Determinați  $n$ .

b) De câte ori, pe parcursul construcției, o semidreaptă trasată de Costel s-a suprapus peste o semidreaptă trasată anterior de Anghel?

**Problema 2.** Vom numi *superprim* un număr natural prim, mai mare decât 10, care îndeplinește simultan următoarele condiții:

i) este format din cifre distincte;

ii) oricum am schimba ordinea cifrelor sale, obținem tot un număr prim.  
Determinați toate numerele superprime.

**Problema 3.** Fie  $ABC$  un triunghi echilateral. În semiplanul determinat de  $BC$  care nu-l conține pe  $A$  considerăm un punct  $D$  astfel încât  $m(\angle BDC) = 90^\circ$ . Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $[AB]$ , determinați  $m(\angle BDM)$ .

**Problema 4.** Vom numi un număr natural  $n$  *interesant* dacă  $n \geq 2$  și orice număr  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $k < n$ , se scrie ca o sumă de divizori distincți ai lui  $n$ .

Arătați că produsul a două numere interesante este un număr interesant.  
(Se acceptă că o sumă poate avea un singur termen.)

*Timp de lucru 2 1/2 ore, la care se adaugă 1/2 oră pentru întrebări*  
*Fiecare problemă este punctată de la 0 la 7 puncte*