SATU MARE **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ - faza județeană 12 martie 2011**

CLASA a-V-a

I. Se dă numărul $a = 0,3 + 1,3 + 2,3 + ... + \overline{n,3}$

a) (4p) Determinați valorile lui n pentru care $a \in N$

b) (3p) Arătați că numărul $\frac{a}{n+1} \notin N$, oricare ar fi $n \in N$

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

II. Se consideră numărul $A = 1 + 7 + 7^2 + ... + 7^{2011}$

a) (2p) Arătați că A este divizibil cu 10 **b) (2p)** Determinați ultimele trei cifre ale lui A

c) (3p) Arătați că 6A+1 este pătrat perfect

Propusă de prof. Culic Camelia, Șc. "L. Blaga" Satu Mare

III. Se împarte numărul $a=4+47+477+ \ldots +4\underbrace{77...7}_{2010 \text{ cifre}}$ la 43.

a) **(3p)** Verificați dacă $4\underbrace{77...7}_{n \text{ cifre}} = 43 \cdot \underbrace{11...1}_{n \text{ cifre}} + 4$ b) **(2p)** Determinați restul împărțirii

c) **(2p)** Determinați ultimele două cifre ale câtului.

Propusă de prof. Lupou Agota, CN "I. Slavici" Satu Mare

IV. (7p) Un număr natural A scris în baza zece are 45 cifre din care 9 cifre de 1, 8 cifre de 2, 7 cifre de trei, 6 cifre de 4, 5 cifre de 5, 4 cifre de 6, 3 cifre de 7, 2 cifre de 8 şi o cifră de 9. Poate fi pătrat perfect? Justificați răspunsul. Propusă de prof. Braica Petru, Șc. "Gr. Moisil" Satu Mare

CLASA a-VI-a

I. Fie multimea $A = \{x \mid x = 2^m \cdot 3^{2n} \cdot 4^{3p} \cdot 5^{4q}\}$, unde m, n, p, q sunt cifre.

a) (3p) Câte elemente impare are multimea?

b) (4p) Calculati produsul elementelor impare ale mulțimii care au proprietatea $m + n + p + q < 5$.

Propusă de prof. Lupou Agota, CN "I. Slavici" Satu Mare

II. 1. (4p) Să se determine cea mai mică fracție nenulă, care împărțită pe rând la fiecare din fracțiile $\frac{77}{96}; \frac{91}{108}; \frac{143}{144}$ dă un număr natural.

2. (3p) Dacă a, b şi c reprezintă lungimile laturilor unui triunghi, astfel încât să avem relația $\frac{a}{na + mb} = \frac{b}{nb + mc} = \frac{c}{nc + ma}$, $n, m \in R^*$, determinați măsurile unghiurilor triunghiului.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

III. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu AB = AC, în care [BE] este înălțimea corespunzătoare laturii [AC]. Se prelungeşte segmentul [BE] cu segmentul $[EF] \equiv [BE]$. Fie (AD bisectoarea unghiului BAC, $D \in (BC)$, şi $\{P\} = AD \cap CF$. Demonstrați că:

a) (3p) Triunghiul ACF este isoscel şi $\Delta ABC \equiv \Delta AFC$ **b) (2p)** $DE = \frac{1}{2} \cdot FC$

c) (2p) Dacă $m(\sphericalangle BAC) = 40^\circ$, aflați $m(\sphericalangle APC)$

Propusă de prof. Culic Camelia, Șc. "L. Blaga" Satu Mare

IV. (7p) Fie ABC un triunghi cu proprietatea că există un punct D pe latura BC a triunghiului astfel încât ABD şi ACD sunt triunghiuri isoscele. Ştiind că $AB \neq AD \neq AC$, arătați că una din următoarele afirmații este adevărată:

i) $A = 90^\circ$; ii) $A = 3B$; iii) $A = 3C$ Gazeta Matematică