MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010

Clasa a IV a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Arătați că $\{[5:(2\cdot 3-1)+14]:15+3:[1+2\cdot(45:15-2)]\}:2+2008=2009$.

   Alegeți una dintre cifrele care intră în alcătuirea numerelor din exercițiu şi eliminați-o, astfel încât egalitatea să rămână adevărată. Verificați noua egalitate.

2. Numerele de patru cifre distincte ***a*** şi ***b*** au suma cifrelor fiecăruia egală cu 11. tiind că ***a*** este cel mai mic număr având exact trei cifre pare, iar ***b*** este cel mai mic număr având exact trei cifre impare, să se arate că numărul ***a +b – 2009*** are suma cifrelor egală cu 11.

Subiectul II (20 puncte) :

Citiți cu atenție enunțurile următoarelor probleme pentru a le putea rezolva corect!

1. Diferența a două numere este 2009. Aflați numerele, ştiind că unu este rezultatul scăderii lui 2010 din suma lor.

2. Diferența a două numere este 2009. Aflați numerele, ştiind că unul este rezultatul scăderii lui 2010 din suma lor.

Subiectul III (20 puncte) :

1. Profesorul Aritmel a inventat o nouă operație notată cu semnul „$" şi care operează astfel: ***a$b*** este suma dintre produsul cifrelor nenule ale numărului ***a*** şi suma cifrelor numărului ***b***. Calculaşi cu noua regulă: 2009 $ 2008 şi (29 $ 28) $ 27.

2. În timp ce Rareş mănâncă 2 piersici, Mateea mănâncă 3, iar Teodor 10. Câte piersici revin fiecăruia dacă împreună au 60 piersici ?

<u>MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010</u>
<u>Clasa a V a</u>

Subiectul I (20 puncte) :

a) Arătați că $3^3 \cdot 2^{2005} + 3^2 \cdot 2^{2006} + 3 \cdot 2^{2007} + 2^{2008} = 3^4 \cdot 2^{2005} - 2^{2009}$

b) Să se arate că suma a patru numere naturale consecutive nedivizibile cu 5 este divizibilă cu 5.

Subiectul II (20 puncte) :

a) Fie egalitatea:

$$\overline{xy} + \overline{cy} + \overline{xc} + \overline{yx} + x = 284$$

Știind că y și c sunt consecutive, demonstrați că numerele $x^2 + c^2$ și y^2 sunt consecutive.

b) Aida este născută în luna februarie, ziua $\overline{ax}$, anul $\overline{abcd}$. Se știe că $\overline{ax}$ este număr prim, a+x=4 □i $\overline{abcd}$ împărțit la $\overline{ax}$ dă câtul $\overline{a52}$ și restul 2. Determinați ziua și anul nașterii Aidei.

Subiectul III (20 puncte) :

Se consideră numerele naturale m = $2009^2 + 2009$ □i n= suma tuturor numerelor de forma $\overline{200c}^{2010}$, unde c este o cifră din sistemul de numerație zecimal.

a) să se demonstreze că numerele m și n se divid cu 5;

b) să se determine cel mai mare număr natural k astfel încât numărul m să se dividă cu 7^k;

c) să se determine câtul și restul împărțirii numărului m la numărul 2747.

<u>MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010</u>
<u>Clasa a VI a</u>

Subiectul I (20 puncte) :

1. Determinați numerele naturale mai mici decât 1000 care împărțite pe rând la 18, 24, 42 şi 56 dau de fiecare dată restul 7.

2. Determinaşi $\overline{abc}$ ştiind că $a+b$; $b+c$; $c+a$ sunt direct proporționale cu numerele $2a-b$; $2b-c$; $2c-a$ □i că $a^b+b^a+c^b=81$.

Subiectul II (20 puncte) :

1. Să se arate că dacă $\frac{1}{x}+\frac{1}{0,(x)}+\frac{1}{0,0(x)}\in\mathbb{N}$ atunci $2x-5$ este divizor natural al lui 2010.

2. Trei elevi trebuiau să-şi plătească o excursie cu sume direct proporționale cu numerele $3, 4, 5$. Dacă taxa fixată fiecăruia se majorează cu $10\%, 15\%$, respectiv 20% atunci ei ar plăti fiecare cu 120 lei mai puțin decât dacă taxele se majorează cu $20\%, 25\%$, respectiv 30%. Ce sumă trebuia să plătească fiecare elev?

Subiectul III (20 puncte) :

1. În jurul punctului O se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOE$ □i $\sphericalangle EOA$ astfel încât măsurile lor sunt direct proporționale cu cinci numere naturale consecutive. □tiind că $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle BOE)}=\frac{1}{3}$, demonstrați că punctele A, O şi D sunt coliniare.

2. Se dă triunghiul isoscel $ABC, [AB]=[AC]$. Se iau punctele $D\in(AB)$ □i $E\in(AC)$ astfel încât D este mijlocul lui AB şi $AE=EC$. Să se demonstreze că $[BE]=[CD]$

<u>MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010</u>
<u>Clasa a VII a</u>

Subiectul I (20 puncte) :

1. Calculați: $(\sqrt{3}-2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$.

2. Determinați numărul natural $n>1$ pentru care egalitatea de mai jos este adevărată:

   $24(3^{n-1}-1)-6(5-6^{n-1})=594+81\cdot 2^n$.

Subiectul II (20 puncte) :

1. Fie numerele naturale nenule x şi y, $a-\frac{3x+y}{4y+3}$, $b-\frac{4y+1}{9}$, $c-\frac{11}{3x+y}$.

   □tiind că $a=b=c$, arătați că $x>y$.

2. Fie *x* şi *y* numere reale pozitive care verifică relațiile: $x+y=3$ şi

   $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^4-(\sqrt{x}-\sqrt{y})^4-24$.

   Aflați media geometrică a numerelor *x* şi *y.*

Subiectul III (20 puncte) :

1. Un romb are diagonalele de 18cm şi respectiv 24cm. Calculați perimetrul şi aria rombului.

2. Fie paralelogramul *ABCD*, în care $AD\perp DB$. Fie *E* şi *N* pe dreapta *BC* astfel încât

   $B\in(CE), E\in(BN), [CB]=[BE]=[EN]$.

   $a)$ Demonstrați că $\triangle ABN$ este isoscel;

   b) Dacă *M* este simetricul lui *B* față de *D* arătați că punctele *N*, *A*, *M* sunt coliniare.

MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010
Clasa a VIII a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Fie x, y numere reale cu y $\neq$ -1. Arătați că:

   a) dacă $x^2 - y^2 = 2(x+y)$, atunci $\frac{x-1}{y+1} \in \{-1,+1\}$

   b) dacă $\frac{x-1}{y+1} \in \{-1,+1\}$, atunci $x^2 - y^2 = 2(x+y)$

2. Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este 480dm, iar diagonala paralelipipedului este $5\sqrt{2}$ m. Să se afle aria totală a paralelipipedului în m^2.

Subiectul II (20 puncte) :

1. Fie funcția f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = ax +b, a,b $\in \mathbb{R}$, a $\neq$ 0 cu proprietatea f(x) = 3(x+2)$\cdot$ f(2) – 11, oricare ar fi x număr real.

   a) Determinați funcția f.

   b) Calculați perimetrul şi aria triunghiului determinat de axele de coordonate şi graficul funcției f

   c) Aflați distanța de la originea axelor la graficul funcției.

2. Determinați $n \in \mathbb{Z}$ pentru care $\sqrt{A}$ să fie cel mai mare număr natural, pătrat perfect mai mic ca 2010, unde $A = \left[\left(\frac{2n-1}{4} - \frac{n+1}{3} + \frac{n^2+8}{12}\right) : \frac{n+1}{6} + \frac{n^2+n}{2}\right] \cdot 2$

Subiectul III (20 puncte) :

1.Fie triunghiul ABC, dreptunghic în A cu AB = AC =m. Se consideră un punct D exterior planului (ABC) astfel încât tetraedrul ABCD să aibă toate fețele triunghiuri dreptunghice şi exact trei (din cele şase) muchii de lungime m. Să se determine valoarea lui m ştiind că valoarea numerică a ariei totale a tetraedrului este egală cu cea a volumului.