Inspectoratul Şcolar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a V a

Subiecte

1. Calculați :

a) $2008^{2008^0} - (20^3 - 1^3)(20^3 - 2^3) \cdot ... \cdot (20^3 - 21^3)$.

b) $2008^2 \cdot 250 - 10^2 \cdot 2 \cdot 1004^2 - 2^7 \cdot 5^2 \cdot 502^2$.

Prof. Nicolae Radu,Ploieşti

2. Să se afle câtul şi restul împărțirii numărului 11t+z la x+y ,unde :

$x = 20 \cdot 2^{n+1} \cdot 5^n + 1$, $y = 10 \cdot 2^n \cdot 5^{n+1} - 1$, $z = 40 \cdot 2^{n+1} \cdot 5^n + 11$,

$t = 100 \cdot 2^n \cdot 5^{n+1} - 1$, n $\in$ **N ***

Prof. Maria şi Anton Negrilă, Ploieşti

3. Mulțimea A este formată din toate numerele de trei cifre distincte scrise numai cu cifrele de la 1 la 8.

a) Calculați (375+624)+(143+856).

b)Determinați numărul de elemente din mulțimea A.

c) Calculați suma elementelor mulțimii A.

Prof. Dragoş Moldoveanu , Sinaia

4. Se dă şirul 1,9,35,91,189,341,559,855,........

a) Enumerați următorii doi termeni ai şirului.

b) Arătați că al 2008 –lea termen al şirului este divizibil cu 5.

Prof. Adelina Apostol ,Ploieşti

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VI a

Subiecte

1. Să se arate că nu există nici un număr natural care prin împărțire la 25 să dea restul 15 iar prin împărțire la 15 să dea restul 6.

Prof. Ioana Crăciun si Gheorghe Crăciun, Ploieşti

2 Un număr natural,scris în baza zece,are 2008 cifre şi este scris cu cifrele 3,4,5 şi 613 zerouri.Numărul de apariții al cifrelor 3,4,5 este direct proporțional cu numerele 4,5 şi 6.Să se arate că numărul dat nu este pătrat perfect.

Prof. Anda Marcu,Ploieşti

3. Fie punctele A,O,E coliniare(în această ordine) şi semidreptele [OB, [OC, [OD construite în acelaşi semiplan, astfel încât unghiurile AOB şi DOE sunt congruente şi măsurile unghiurilor AOB,BOC şi COD sunt direct proporționale cu numerele 3,4 si 2.

a) Aflați măsurile unghiurilor AOB,BOC,COD şi DOE.

b) Fie semidreapta [OD′ opusa lui [OD.Justificați că semidreapta [OA este bisectoarea unghiului BOD′şi $OB \perp DD'$.

Prof. Nicolae Radu,Ploieşti

4. Vom spune că o mulțime de unghiuri formate în jurul unui punct au proprietatea P dacă măsurile oricăror două unghiuri adiacente diferă prin 2^0 .

a) Determinați măsurile exprimate prin numere întregi în cazul unei mulțimi de 6 unghiuri care au proprietatea P.

b) Arătați că nu există mulțimi formate din 9 unghiuri care să aibă proprietatea P.

Prof. Dragoş Moldoveanu , Sinaia

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar al Judeţului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VII a

Subiecte

1. Demonstraţi că:

a) $\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3}\right), \forall\, n \in \mathbf{N}^*$

b) $S = \frac{61}{18} + \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{2\cdot 5} + \frac{1}{3\cdot 6} + ... + \frac{1}{100\cdot 103} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103}\right)$

este un pătrat perfect.

Prof. Mihaela Doinaru ,Sinaia

2. Numerele naturale a şi b au proprietatea „P" dacă $\sqrt{a+b}$ şi $\sqrt{a-b}$ sunt simultan numere naturale.

a) Daţi exemplu de două numere naturale nenule care au proprietatea „P".

b) Arătaţi că dacă numerele naturale a şi b au proprietatea „P" atunci ele nu pot fi simultan numere impare.

Prof.Gh.Bumbăcea, Buşteni

3 . Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi punctele $M =$ mijlocul lui $[BC]$, $E \in [AB]$ cu $AE = 2\cdot EB$. Fie $AM \cap BD = \{N\}$, $DE \cap AC = \{F\}$, $MF \cap AD = \{P\}$. Sa se demonstreze că $NPDC$ este trapez .

Prof.Claudiu Militaru ,Ploieşti

4. Fie ABCD un patrulater convex oarecare,dar nu paralelogram,M, N,P,Q mijloacele laturilor AB,BC,CD,respectiv AD.Notăm cu E intersecţia dreptelor DM şi BQ şi cu F intersecţia dreptelor DN şi BP.

a) Să se arate că MNPQ este paralelogram ,iar MEFN şi QEFP sunt trapeze.

b) Demonstraţi că ,dacă MEFN şi QEFP sunt ambele trapeze isocele,atunci DB este bisectoare pentru unghiurile ADC şi ABC.

Prof. Gabriela Leu ,Sinaia

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Şcolar al Judeţului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VIII a

Subiecte

1. Arătaţi că dacă $\frac{a\sqrt{3}+b\sqrt{2}}{b\sqrt{3}+c\sqrt{2}} \in \mathbf{Q}$ **,** unde a,b,c∈ **N*,** atunci $a^2+b^2+c^2 =$ (a+b+c)(a-b+c).

Prof .Gheorghe Achim , Mizil

2. Demonstraţi că :

a) $\frac{a+2}{a} < \frac{a+1}{a-1}$, pentru orice a > 1.

b) $\sqrt{\frac{2007^2+2007}{2008^2+2008}} > \frac{2006+2006^2}{2007+2007^2}$

Prof. Ion Bilciurescu , Boldesti - Scaieni

3. Paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' are laturile AD = AA' = a şi AB = 2a. Punctul E este proiecţia punctului A pe diagonala BD'. Calculaţi:

a) măsura unghiului diedru format de planele (D'AB) şi (BCD).

b) aria triunghiului AD'B.

c) lungimea segmentului C'E.

Prof. Magdalena-Maria Georgescu şi Mihail Focşeneanu,Ploieşti

4. Pe planul trapezului dreptunghic ABCD cu AB || CD, m(A) =m(D) =90^0,DC= a, AB= 2a si AC ⊥ BD, se ridică perpendiculara MA =a$\sqrt{2}$ .Calculaţi distanţa de la B la MC şi distanţa de la A la planul (MBC).

Prof. Ion Lupea şi Ion Tomescu

SUCCES!

Notă: Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10