Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – clasa a-V-a
Faza locală – februarie 2008

I. Se dau numerele:
$x = 2008^2 - 2008 - 2007$; $y = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2009}$.

a) Arătaţi că x este un pătrat perfect;
b) Arătaţi că y se divide cu 7.

Problemă propusă de Pintea Terezia - Şc. Poiana Codrului

II. a) Să se determine mulţimile A şi B, ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile:
i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; ii) $A \cap B = \{1, 2, 3\}$; iii) $\text{card}(A - B) \leq 2$.

b) Suma a trei numere naturale este egală cu 285. Împărţind primul număr la al doilea se obţine câtul 3 şi restul 5. Împărţind al treilea număr la primul se obţine acelaşi rezultat. Determinaţi cele trei numere.

Problemă propusă de Pal Rita - Şc. C. Brâncoveanu Satu Mare

III. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor şi justificaţi:
a) Suma $S = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + ... + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2008$ are ultima cifră egală cu 3.
b) $1 + 3 + 5 + 7 + ... + 2007 \langle 2 + 4 + 6 + ... + 2008$.

Problemă propusă de Danci Natalia - Şc. Doba

IV. a) Determinaţi numărul natural x ştiind că:

$$100 \cdot \{x - [(2^{2008} + 2^{2007} + 2^{2006} + 2^{2005}) : (2^{2005} + 2^{2004} + 2^{2003} + 2^{2002})]\} = 35000.$$

b) Determinaţi ultima cifră a numărului

$n = x^{2008} + 2008^x + (x + 2008)^{x+2008}$, unde x este numărul determinat la punctul a).

Problemă propusă de Moiş Anca - Şc. Gr. Moisil Satu Mare

Notă: Toate problemele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore
Punctajul maxim pentru fiecare problemă rezolvată corect este de 7 puncte
La faza judeţeană se califică elevii care obţin cel puţin 15 puncte.

Inspector de specialitate,
Baciu Nicolae

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – clasa a-VI-a

Faza locală – februarie 2008

I. a) Să se arate că la orice număr de trei cifre $\overline{abc}$, dacă se adună de două ori cifra sutelor, de două ori cifra zecilor şi de două ori cifra unităţilor se obţine un număr divizibil cu 3.

Problemă propusă de Sita Florentina – Şc. Apa

b) Se consideră numărul natural n, care în descompunerea lui în produs de puteri de factori primi are numai factorii $2^x, 5^y, 7^z$. Aflaţi numărul n, ştiind că cel mai mare divizor comun al numerelor n şi $\frac{11n}{70}$ este 1960.

Problemă propusă de Culic Camelia – Col.Teh. I.I.C.Brătianu Satu Mare

II. În urma unui concurs, toţi elevii participanţi au fost recompensaţi astfel: 15% din numărul concurenţilor au primit premiul I; 30% din restul concurenţilor au primit premiul II; alţi 60 de elevi au primit premiul III şi ultimii 59 de elevi au primit numai diplome de participare.

a) Câţi elevi au participat la concurs?

b) Câţi elevi au primit premiul II ?

***

III. Suma măsurilor a trei unghiuri adiacente este egală cu 150°. Notând cu x, y, z măsurile celor trei unghiuri şi având îndeplinite simultan condiţiile:

a) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$; $\frac{y}{z} = \frac{b}{c}$; b) $3a + b + 6c = 51$; c) a, b, c sunt numere prime,

determinaţi măsurile celor trei unghiuri.

Problemă propusă de Kristof Maria – Şc. Dorolţ

IV. a) Într – un plan se consideră 9 drepte distincte şi concurente. Arătaţi că există cel puţin două drepte consecutive care formează un unghi de măsură mai mică sau egală cu $20^\circ 1''$.

Problemă propusă de Baciu Nicolae – I.S.J. Satu Mare

b) Pe o dreaptă se consideră punctele E, M, N, C, P Q, D (în această ordine) astfel încât $[EM] \equiv [MN] \equiv [NC]$; $[CP] \equiv [PQ] \equiv [QD]$ şi ED = 12 cm.

i) Să se calculeze lungimile segmentelor [MQ] şi [NP];

ii) Ce lungime trebuie să aibă segmentul [EC] pentru ca P să fie mijlocul segmentului [ED] ? Dar pentru ca N să fie mijlocul segmentului [EP] ?

Problemă propusă de Toth- Vizer Maria – Şc. Nr. 1 Carei

Notă: Toate problemele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore

Punctajul maxim pentru fiecare problemă rezolvată corect este de 7 puncte

La faza judeţeană se califică elevii care obţin cel puţin 15 puncte.

Inspector de specialitate,

Baciu Nicolae

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – clasa a-VII-a
Faza locală – februarie 2008

I. a) Arătaţi că: $\frac{1}{k(k+1)(k+2)}=\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right], \forall k\in Z_{+}^{*}$.

b) Verificaţi egalitatea: $\frac{1}{5\cdot6\cdot7}+\frac{1}{6\cdot7\cdot8}=\frac{1}{7\cdot8\cdot9}+\frac{1}{8\cdot9\cdot10}+...+\frac{1}{19\cdot20\cdot21}$.

Problemă propusă de Braica Petru – Şc. Gr. Moisil Satu Mare

II. Se dau numerele raţionale:

$A=\frac{1}{a+b_1}+\frac{2}{a+2b_2}+\frac{3}{a+3b_3}+...+\frac{n}{a+nb_n}$; $B=\frac{b_1}{a+b_1}+\frac{4b_2}{a+2b_2}+\frac{9b_3}{a+3b_3}+...+\frac{n^2b_n}{a+nb_n}$,

unde $a, b_1, b_2,..., b_n\in Q_+, n\in N^*$.

Dacă $\frac{A}{B}=\frac{n}{a}$, iar n este număr par, atunci:

a) Calculaţi $a\cdot A+B$

b) Arătaţi că numărul B este natural.

Problemă propusă de Culic Camelia – Col.Teh. I.I.C.Brătianu Satu Mare

III. Fie triunghiul ABC isoscel, cu AB = AC. Pe latura [BC] a triunghiului se iau punctele M şi N astfel încât să avem $\frac{BM}{MC}=\frac{CN}{NB}=k$.

a) Arătaţi că AM = AN ;

b) Determinaţi în funcţie de k valoarea raportului $\frac{MN}{BC}$.

Problemă propusă de Schradi Edit – Şc. Căpleni

IV. Aflaţi toate triunghiurile ABC cu măsurile unghiurilor exprimate în numere naturale, ştiind că $m(\prec A), m(\prec B), m(\prec C)$ sunt direct proporţionale respectiv cu k, $2k^2$, k^3, unde $k\in N^*$.

Problemă propusă de Bud Adrian – Şc. O. Goga Satu Mare

Notă: Toate problemele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore
Punctajul maxim pentru fiecare problemă rezolvată corect este de 7 puncte
La faza judeţeană se califică elevii care obţin cel puţin 15 puncte.

Inspector de specialitate,
Baciu Nicolae

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – clasa a-VIII-a

Faza locală – februarie 2008

I. a) Arătaţi că: $\dfrac{n^2-(n-1)}{n^4+n}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$.

b) Calculaţi suma: $S=\dfrac{1^2}{1^4+1}+\dfrac{2^2-1}{2^4+2}+\dfrac{3^2-2}{3^4+3}+...+\dfrac{2008^2-2007}{2008^4+2008}$.

Problemă propusă de Baciu Nicolae – I.S.J. Satu Mare

II. a) Să se verifice egalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+...+\frac{1}{\sqrt{361}+\sqrt{363}}=\frac{1}{\sqrt{363}+\sqrt{365}}+\frac{1}{\sqrt{365}+\sqrt{367}}+...+\frac{1}{\sqrt{1321}+\sqrt{1323}}.$$

Problemă propusă de Braica Petru – Şc. Gr. Moisil Satu Mare

b) Determinaţi perechile (x , y) de numere reale cu proprietatea: $|x-1|+|x+2|+|y+3|=3$.

Problemă propusă de profesori de la C.N."Kolcsey Ferenc.

III. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub cu muchia de lungime 6 cm. Determinaţi:

a) Măsura unghiului format de dreptele $B'C$ şi AD';

b) Distanţa de la A' la planul ($AB'D'$);

c) Măsura unghiului determinat de dreapta AB' şi planul (BDD');

d) Câte tetraedre regulate există, a căror vârfuri sunt şi vârfurile cubului? Precizaţi care sunt acestea.

Problemă propusă de Nevelics Gyongyver – C.N.K. Ferenc

IV. a) Se dă trapezul ABCD, $AB \parallel CD$. Ştiind că între lungimile bazelor există relaţia CD = 2AB, să se arate că $AC^2+BD^2=BC^2+CD^2+DA^2$;

b) Se consideră două segmente oarecare în spaţiu, [AB] şi [CD], astfel încât:

$$\frac{CA}{CB}+\frac{CB}{CA}+\frac{DA}{DB}+\frac{DB}{DA}=4.$$

Să se arate că $AB \perp CD$.

Problemă propusă de Baciu Nicolae – I.S.J. Satu Mare

Notă: Toate problemele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore
Punctajul maxim pentru fiecare problemă rezolvată corect este de 7 puncte
La faza judeţeană se califică elevii care obţin cel puţin 15 puncte.

Inspector de specialitate,
Baciu Nicolae