# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "SFERA" EDIȚIA a VIII-a

# BĂILEȘTI, 19 MARTIE 2011

CLASA a VII – a

**PARTEA I (50 puncte)**

*Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:*

1. Se consideră numere reale:

$a=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ şi $b=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$. Atunci $a^2 + b^2$ este:

A) 6; B) 2 C) 12 D) 14

2. Se dă mulțimea: $M=\left\{x\in Z/\sqrt{\frac{8x-9}{6x-6}}\in N\right\}$. Cardinalul mulțimii M este:

A) 0 B) 2 C) 1 D) 4

3. Numerele reale *x* şi *y* verifică relația: $\sqrt{x^2-6x+13}+\sqrt{9y^2+6y+10}=5$. Produsul x · y este egal cu:

A) 3 B) -3 C) $\frac{1}{3}$ D) -1

4. Fie ABCD un trapez, AB || CD, AB = 30m, BC = 16m, CD = 10m și AD = 12m. Înălțimea trapezului este de:

A) 9,6m B) 10m C) 8,5m D) 12m

5. Paralela prin A la diagonala BD a paralelogramului ABCD intersectează BC şi CD în punctele K respectiv P. Dacă $AC \cap KD = \{L\}$, care din afirmațiile următoare este adevărată:

A) PB – BL = LP ; B) 2 · LK < 3 · DL ; C) $4 \cdot CL^2 > 9 \cdot AL^2$ ; D) PK = 1,5 · BD.

*Probleme propuse de prof. Marian Firicel, Calafat*

**PARTEA a II – a (40 puncte)**

*Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete*

**Problema 1 (20 puncte)**

Fie ABCD un dreptunghi şi *d* o dreaptă perpendiculară pe BD în O, unde $\{O\} = AC \cap BD$. Notăm $d \cap CD = \{F\}$, $d \cap BC = \{K\}$, $BF \cap KD = \{T\}$.

a) Arătați că există un punct în planul dreptunghiului care este egal depărtat de punctele B, O, T şi K;

b) Dacă în plus $BC^2 = CK(AC - AD)$, demonstrați că patrulaterul OTKB este trapez isoscel.

*Prof. Marian Firicel, Calafat*

**Problema 2 (20 puncte)**

Fie x și y numere reale, x≥1, y≥1. Arătați că: $\frac{(1+x)(1+y)}{1+\sqrt{xy}} \le 1+\frac{x+y}{2}$ .În ce caz avem egalitate?

*Prof. Ștefan Tudosie, Sfera Matematicii nr. 17*