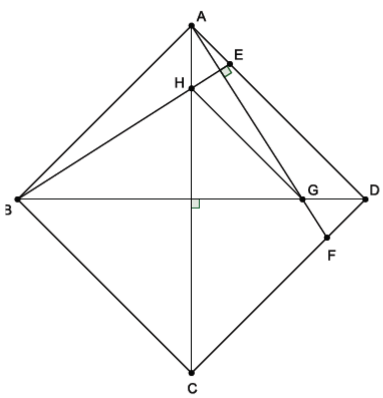
INSPECTORATUL SCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCURESTI
ŞCOALA CU CLASELE I-VIII, NR. 56 - JOSSE MARTI - BUCUREŞTI
C oncursul Interjudețean de Matematică al Şcolii cu clasele I-VIII nr. 56 "Josse Marti"
Ediția a X-a, 22.01.2011
Clasa a VII-a

Soluții şi bareme

I. Numărul $P = 11a + 11b$ se divide cu 11. ....**2p**
Numărul M se divide cu 11 dacă şi numai dacă numărul
$P - M = 9a + 6b = 3\cdot(3a+2b) = 3\cdot N$ se divide cu 11........................... **3p**
Cum numerele 11 şi 3 sunt prime între ele, înseamnă că este necesar şi suficient ca N să se dividă cu 11..**2p**

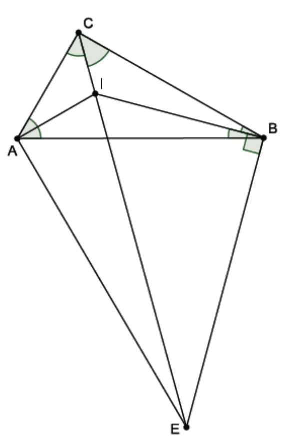
II. Fie $\{G\} = AF \cap BD$ şi $\{H\} = BE \cap AC$.



Deoarece diagonalele unui romb sunt perpendiculare, rezultă că punctul H este ortocentrul triunghiului GAB.
Deci $GH \perp AB$ **2p**
E suficient să arătăm că $GH \parallel AD$
Avem $\triangle FDG \sim \triangle ABG$, deci $\dfrac{DG}{GB} = \dfrac{DF}{AB}$ **1p**
şi $\triangle AEH \sim \triangle CHB$, deci $\dfrac{EH}{HB} = \dfrac{AE}{BC}$ **1p**
Rezultă că $\dfrac{DG}{GB} = \dfrac{EH}{HB}$ **1p**
Conform reciprocei teoremei lui Thales aplicată în triunghiul BDE rezultă că $GH \parallel AD$ **2p**

III. Relația din enunț se mai scrie $1000a + \overline{bcd} = a\cdot\overline{bcd} + \overline{bcd} + 100a + 56$ ...**2p**
Sau $a\left(900 - \overline{bcd}\right) = 56$ **2p**
Înseamnă că a este cel mai mare divizor de o cifră al lui 56, adică 8...... **1p**
Obținem $900 - \overline{bcd} = 7$,... **1p**
deci $\overline{bcd} = 893$ şi $\overline{abcd} = 8893$..**1p**

IV. Semidreapta BE este bisectoarea exterioară a unghiului ABC din triunghiul ABC; **2p**



rezultă că şi semidreapta AE este bisectoarea exterioară a unghiului BAC din triunghiul ABC;............................ **2p**
Dacă I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC, atunci
$m\left(\widehat{BIA}\right) = 90^\circ + \dfrac{m\left(\widehat{ACB}\right)}{2} = 135^\circ$ **2p**
Din patrulaterul $AEBI$, obținem $m\left(\widehat{BEA}\right) = 45^\circ$ **1p**