

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

NICOLAE COCULESCU

Ediția a IV-a, 1 decembrie 2007

ziua 2 – secțiunea "Ion Minulescu"

Clasa a VII-a

1. Fie triunghiul ascuțitunghic ABC , D piciorul înălțimii din A și $P \in (AB)$, $Q \in (AC)$ astfel încât $\widehat{BDP} \equiv \widehat{DAC}$ și $\widehat{CDQ} \equiv \widehat{DAB}$. Să se arate că $PQ \parallel BC$.

Nicolae Stănică

2. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A și punctele $M, N \in (BC)$ astfel încât

$$m(\widehat{BAM}) = \frac{1}{2}m(\widehat{C}) \quad \text{și} \quad m(\widehat{CAN}) = \frac{1}{2}m(\widehat{B}).$$

Să se arate că

- $M \in (BN)$;
- $MN = AB + AC - BC$.

Florian Dumitrel

3. Piesele jocului **Vector-X** sunt dreptunghiulare, formate din două pătrate, unul alb și unul negru (asemănătoare pieselor de domino). În fiecare pătrat al unei piese este scris un număr întreg între -20 și 20 . O mulțime cu trei piese are proprietatea **(P)** dacă numerele înscrise în pătratul alb și respectiv în cel negru al unei piese sunt suma numerelor înscrise în pătratele albe și respectiv negre ale celorlalte două piese. Spre exemplu, mulțimile

$$\left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 2 \\ \hline \end{array} \right\} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & -1 \\ \hline \end{array} \right\} \quad \text{și} \quad \left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & -1 \\ \hline \end{array} \right\} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & -4 \\ \hline \end{array} \right\}$$

au proprietatea **(P)**.

Să se afle în câte moduri poate fi formată o mulțime cu proprietatea **(P)**.

Cecilia Diaconescu, Marius Perianu

4. Arătați că pentru orice $b \in \mathbb{N}^*$ există numerele $a_0, a_1, \dots, a_n \in \{-1, 0, 1\}$ astfel încât

$$b = a_n \cdot 3^n + a_{n-1} \cdot 3^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 3 + a_0.$$

Teodor Radu

NOTĂ.

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
- Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.