

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "EUCLID"

05 11 2011

Clasa a VII -a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 minute

## SUBIECTUL I ( 20p )

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

- (4p) 1) Care dintre numerele de mai jos este cel mai mic?  
a) 0,17                      b) 0,1                      c) 0,12                      d) 0,7
- (4p) 2) Care dintre următoarele numere este cel mai apropiat de 1 ?  
a) 0,86                      b)  $\frac{1}{3}$                       c) 0,01                      d)  $1\frac{1}{4}$
- (4p) 3) Care dintre următoarele cifre este a 2011-a zecimală a numărului 3,12(5) ?  
a) 1                      b) 2                      c) 0                      d) 5
- (4p) 4) Care este cel mai mare număr natural, care este mai mic decât  $\frac{12}{7}$  ?  
a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3
- (4p) 5) Care este rezultatul calculului  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$  ?  
a)  $\frac{1}{6}$                       b)  $\frac{3}{5}$                       c)  $\frac{2}{3}$                       d)  $\frac{1}{10}$

## SUBIECTUL II ( 40p )

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

- (4p) 1) Scrieți numărul de divizori *întregi* ai numărului 4.
- (4p) 2) Scrieți un număr întreg cuprins între 2,3 și 3,2.
- (4p) 3) Aflați valoarea lui  $x$  din proporția  $\frac{2}{x} = \frac{3}{15}$ .
- (4p) 4) Calculați 30% din 90.
- (4p) 5) Scrieți măsura complementului unui unghi de  $17^\circ$ .
- (4p) 6) Calculați media aritmetică a măsurilor unghiurilor unui triunghi.
- (4p) 7) Un triunghi echilateral are latura de 5 cm. Calculați perimetrul triunghiului.
- (4p) 8) Care este suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct?
- (4p) 9) Un triunghi isoscel are o latură de 1 cm și o latură de 2 cm. Care este lungimea bazei triunghiului?
- (4p) 10) Cum se numește semidreapta care are originea în vârful unui unghi și îl împarte în două unghiuri cu măsurile egale?

**SUBIECTUL III ( 15p )****( Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)**

Un număr  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n \geq 2$  se numește “*perfect*”, dacă suma tuturor divizorilor săi naturali este egală cu  $2n$ . Dacă  $a \in \mathbf{N}$ ,  $a \geq 2$ , notăm  $S_k = 1 + a + a^2 + \dots + a^k, \forall k \in \mathbf{N}^*$ .

- (4p) a) Să se verifice că numărul 6 este “*perfect*”.
- (4p) b) Să se verifice că numărul 28 este “*perfect*”.
- (2p) c) Să se arate că numărul 4 **nu** este “*perfect*”.
- (2p) d) Să se arate că, dacă  $p$  este număr prim, atunci  $p$  **nu** este “*perfect*”.
- (1p) e) Să se arate că  $aS_k - S_k = a^{k+1} - 1$ .
- (1p) f) Să se arate că  $S_k = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$ .
- (1p) g) Să se arate că, dacă numărul  $2^t - 1$  este prim ( $t \in \mathbf{N}, t \geq 2$ ), atunci numărul  $n = 2^{t-1}(2^t - 1)$  este “*perfect*”.

**SUBIECTUL IV ( 15p ) ( Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)**

Un triunghi se numește „*interesant*” dacă are un unghi cu măsura de  $120^\circ$ . Se consideră un triunghi  $ABC$  cu toate unghiurile având măsuri mai mici decât  $120^\circ$ . Se știe că într-un astfel de triunghi, există un punct interior  $M$ , cu proprietatea că  $m(\angle BMC) = m(\angle CMA) = m(\angle AMB)$ .

- (4p) a) Realizați un desen al triunghiului  $ABC$  și al punctului  $M$  care verifică ipoteza.
- (4p) b) Să se arate că triunghiul  $ABC$  se descompune în 3 triunghiuri „*interesante*”.
- (2p) c) Să se arate că, dacă înălțimea din vârful  $A$  a triunghiului  $ABC$  cade în  $D$  pe segmentul  $(BC)$ , atunci  $90^\circ < m(\angle AXB) < 180^\circ - m(\angle B), \forall X \in (AD)$ .
- (2p) d) Să se arate că un triunghi „*interesant*” se poate descompune în 4 triunghiuri „*interesante*”.
- (1p) e) Să se arate că, un triunghi cu măsurile unghiurilor mai mici decât  $120^\circ$ , se poate descompune în 6 triunghiuri „*interesante*”.
- (1p) f) Să se arate că, un triunghi cu măsurile unghiurilor mai mici decât  $120^\circ$ , se poate descompune în 7 triunghiuri „*interesante*”.
- (1p) g) Să se arate că, un triunghi cu măsurile unghiurilor mai mici decât  $120^\circ$ , se poate descompune în 2011 triunghiuri „*interesante*”.

**Test conceput de prof. LAVINIA SAVU și CONSTANTIN BĂRĂSCU**