

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "EUCLID"
05 . 11 . 2011
Clasa a VII -a
BAREM DE CORECTARE

Notă:

- ♦ Pentru orice soluție corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Oficiu	(10p)
I.(20p)	1. (4p) b); 2. (4p) a); 3. (4p) d); 4. (4p) b); 5. (4p) c);
II.(40p)	1) (4p) 6 2) (4p) 3 3) (4p) 10 4) (4p) 30 5) (4p) 73° 6) (4p) 60° 7) (4p) 15cm 8) (4p) 360° 9) (4p) 1cm 10) (4p) bisectoare

SUBIECTUL III

a) $1+2+3+6=12$.

b) $1+2+4+7+14+28=56$.

c) $1+2+4 \neq 8$.

d) $1+p \neq 2p$.

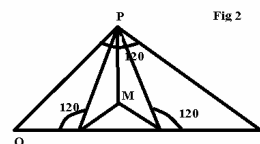
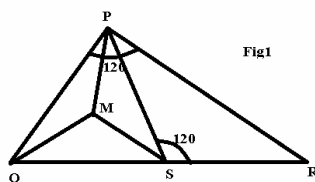
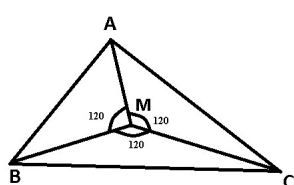
e) Fie $S_k = 1 + a + a^2 + \dots + a^k$ și $aS_k = a + a^2 + a^3 + \dots + a^{k+1}$. Atunci, scăzând relațiile, obținem $aS_k - S_k = a^{k+1} - 1$.

f) Din e) rezultă $S_k(a-1) = a^{k+1} - 1$, sau $S_k = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$.

g) Pentru n vom avea divizorii de forma $2^i(2^t - 1)$ și 2^i cu $i \in \{0, 1, 2, \dots, t-1\}$, a căror sumă este $2n$, dacă utilizăm rezultatul de la punctul f).

SUBIECTUL IV

a)



b) Triunghiurile AMB , BMC și CMA sunt „interesante” deoarece au câte un unghi de 120° și realizează descompunerea cerută.

c) Se folosește observația că un unghi exterior într-un triunghi este mai mare decât orice unghi al triunghiului care nu este alăturat lui.

d) Rezultă din Fig 1.

e) Se descompune întâi în 3 triunghiuri „interesante”, conform b), apoi unul dintre ele se descompune în 4 triunghiuri „interesante”, conform d).

f) Se descompune întâi în 3 triunghiuri „interesante”, conform b), apoi unul dintre ele se descompune în 5 triunghiuri „interesante”, conform Fig 2.

g) Se începe cu o descompunere în 3 triunghiuri „interesante”, conform b), apoi fiecare triunghi „interesant”, se descompune în 5 triunghiuri „interesante”, deci se adaugă de fiecare dată 4 triunghiuri noi. Cum $2011 = 3 + 4 \cdot 502$, după 502 aplicări a metodei, rezultă cerința.