

# Lecția: Funcții

## Clasa a VIII-a

Autori (în ordine alfabetică):  
Prof. Sorin Borodi,  
Prof. Alina-Elena Grecu,  
Prof. Adina Oancea,  
Prof. Ariana-Stanca Văcărețu

**Competență vizată:** Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții

### Obiectivele lecției:

La finalul lecției elevii vor fi capabili să:

- definească funcția
- identifice exemple și contraexemplu de dependențe funcționale
- analizeze exemple de dependență funcțională din viața cotidiană sau din alte discipline de studiu (din fizică)
- analizeze exemple de funcții definite prin: diagrame, tabele, formule
- construiască exemple de dependență funcțională din viața cotidiană sau din alte discipline de studiu (din fizică)
- construiască exemple de funcții definite prin: diagrame, tabele, formule

### Conținuturi:

- Noțiunea de funcție
- Funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin diagrame, tabele, formule

### Resurse

Website: [http://sorinborodi.ro/Functii/ Lectie\\_functii.html](http://sorinborodi.ro/Functii/Lectie_functii.html) (include toate resursele necesare – inclusiv, aplicații geogebra, resurse video, quiz-uri hotpotatoes, fișe de lucru)

### Structura lecției

Lecția este structurată pe 4 blocuri:

1. **Blocul 1: Chestiuni pregătitoare** – motivează elevul pentru învățare și îl pregătește pentru introducerea definiției conceptului de funcție
  - definirea genului proxim al conceptului de funcție
  - enunț despre utilitatea studiului funcțiilor
  - 3 exerciții (Culoarea ochilor, Câte pătrate?, Deplasarea mașinii) în care elevul este pus în situația de a lucra cu dependențe funcționale, fără a ști că lucrează cu funcții
2. **Blocul 2: Teorie** – se introduc cunoștințele noi (profesorul se bazează, pe ceea ce elevul știe despre dependențele funcționale)
  - Definiția funcției (domeniul de definiție, domeniul de valori/ codomeniul, legea de corespondență) - text

- Funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin diagrame - exercițiu
  - Funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin tabele - exercițiu
  - Funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin formule - exercițiu
  - Sinteză (definiție, exemple și contraexemple de funcții, funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin diagrame, tabele formule) - video
  - 3 exerciții pentru verificarea înțelegerii noțiunilor teoretice referitoare la funcții
3. **Blocul 3: Aplicații** – elevii aplică în exerciții teoria învățată
- 3 exerciții rezolvate – pentru a modela analiza unor dependențe exprimate prin diagramă, tabel, respectiv, formulă.
  - 3 exerciții propuse spre rezolvare - elevii sunt puși în situația de a analiza dependențe, exprimate prin diagramă, tabel și, respectiv, cuvinte pentru a stabili dacă o corespondență este funcție sau nu, de a modifica o corespondență pentru a o transforma într-o funcție, respectiv, de a deduce formula prin care să fie exprimată legea de corespondență a unei funcții.
4. **Blocul 4: Mai mult ...** - elevii aplică în alte contexte teoria învățată și reflectează asupra celor învățate
- Un rezumat al lecției (definiția funcției ilustrată prin „date de intrare – relație - date de ieșire”, exemple de funcții din viața cotidiană și astronomie) și o sarcină de lucru (construirea unui exemplu de funcție) - video
  - Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții - fișă
  - Organizator grafic (model Frayer) – fișa conține doar structura organizatorului grafic și este un instrument util în dezvoltarea vocabularului matematic pentru că sprijină o mai bună (și mai profundă) înțelegere a conceptului de funcție.
  - Fișa de lucru – Triunghiuri și bețe de chibrituri prin care se ghidează rezolvarea de exerciții de completare a unui șir, de identificare a regulii de alcătuire a unui șir, a funcției prin care se poate exprima regula de alcătuire a unui șir. Problemele propuse în cadrul acestei fișe de lucru vin și în sprijinul formării competenței de a identifica corespondențe care sunt funcții și de a le utiliza în rezolvarea de probleme.
  - Exercițiu de analiză a unui exemplu de dependență funcțională din fizică (grade Celsius vs grade Fahrenheit) și de identificare a legii de corespondență care transformă grade Celsius în grade Fahrenheit.

### Sugestii pentru profesori

1. Blocurile din structura lecției precum și elementele fiecărui bloc pot fi utilizate în cadrul lecției în ordinea în care sunt, sau într-o altă ordine.

Oferim, mai jos, câteva exemple:

Exemplul 1 (clasic): În cadrul lecției de 50 min se parcurg blocurile 1., 2. și 3. , rămânând ca elementele blocului 4. să fie abordate de elevi acasă (parțial sau complet) sau în ora următoare.

Exemplul 2 („flippedclassroom” – clasa răsturnată): În ultima parte a unei lecții se abordează, la clasă, blocul 1., apoi elevii parcurg acasă toate elementele blocului 2. În cadrul lecției propriu-zise (de 50 min) se parcurg blocurile 3. și 4. (blocul 4. - parțial sau complet) și se discută aspectele teoretice care sunt legate de rezolvarea sarcinilor de lucru din aceste blocuri.

Exemplul 3 („flippedclassroom” – clasa răsturnată): Elevii parcurg acasă blocurile 1. și 2., înainte de lecție, iar în cadrul lecției propriu-zise (de 50 min) se parcurg blocurile 3. și 4. (blocul 4. - parțial sau complet) și se discută aspectele teoretice care sunt legate de rezolvarea sarcinilor de lucru din aceste blocuri.

Exemplul 4: În parcurgerea blocului 3., elevii pot fi provocați să rezolve problemele 2, 4 și 6 și apoi să analizeze rezolvările problemelor/ exercițiilor 1, 3 și 5.

2. Blocurile/ elementele blocurilor care nu au fost abordate la clasă ar trebui abordate de elevi acasă.
3. Cele două video-uri care conțin sinteza, respectiv, rezumatul lecției (bloc 2 *Teorie – Sinteza*, respectiv, bloc 4 *Mai mult ... - Pe scurt despre funcții ... și o provocare*) sunt complementare. Video-clip-ul *Sinteza* conține definiția formală a funcției (cu exemple și contraexemple de funcții) în timp de video-clip-ul *Pe scurt despre funcții ... și o provocare* conține o definiție intuitivă a funcției bazată pe date de intrare – relație – date de ieșire (cu exemple). Considerăm că pentru înțelegerea conceptului de funcție de către fiecare elev este important ca acest concept să fie prezentat în mai multe moduri.
4. Existența fișelor de lucru (în cadrul unor elemente din blocul 1., blocul 4.) precum și a aplicațiilor geogebra și hotpotatoes permit organizarea de activități individuale, în perechi sau pe grupe. Recomandăm organizarea de astfel de activități. Activitățile în perechi sau pe grupe ar trebui finalizate printr-o discuție frontală referitoare la rezultatele obținute de elevi și la modul în care elevii au gândit pentru a ajunge la rezultat.
5. Elementele blocurilor 3. și 4. permit realizarea unei evaluări formative, pentru învățare – în special, dacă elevii lucrează individual, în perechi sau pe grupe. De exemplu, analiza organizatorului grafic completat de fiecare elev (sau de perechi/ grupe de elevi) permite profesorului identificarea nivelului de înțelegere a conceptului de funcție precum și, dacă este cazul, identificarea aspectelor care au fost înțelese greșit de elevi.
6. Aplicațiile geogebra și hotpotatoes (exerciții/ probleme pe care elevii le rezolvă online) au avantajul că oferă feedback imediat elevilor. În mod ideal, aceste aplicații ar trebui rezolvate de elevi, individual sau în perechi – dar pentru aceasta, ar trebui să existe în clasă calculatoare/ tablete conectate la internet pentru elevi. Dacă nu există o astfel de dotare, aplicațiile pot fi proiectate de profesor pe pe ecran și elevii le vor rezolva, individual sau în perechi, în caiete.

## Evaluare

Există numeroase ocazii pentru evaluare pe parcursul acestei lecții (a se vedea punctele 5 și 6 de mai sus). Evaluarea în cadrul acestei lecții vizează:

- nivelul înțelegerii conținuturilor
- modul de a gândi al elevilor
- nivelul de implicare a elevilor.

Pentru evaluarea nivelului înțelegerii conținuturilor ar trebui avute în vedere:

- calitatea răspunsurilor oferite de elev atât în cadrul discuțiilor, cât și în cadrul activităților din blocul 4.:

- exemplul de funcție construit ca răspuns la provocarea de la activitatea *Pe scurt despre funcții ... și o provocare*,
  - justificările/ explicațiile scrise la exercițiile 4., 7., 8. din fișa de lucru *Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții*,
  - definiția conceptului de funcție, caracteristicilor esențiale (ale funcției) identificate, exemplele și contraexemplele construite din organizatorul grafic indus în fișa de lucru *Învăță să te autoevaluezi!*
  - relația identificată între numărul de triunghiuri și numărul bețelor de chibrituri, numărul de triunghiuri care pot fi construite utilizând 83 bețe de chibrit, funcția identificată pentru pune în evidență legătura dintre numărul triunghiurilor și numărul bețelor de chibrituri, funcția identificată pentru a evidenția relația dintre numărul căii de acces și numărul de plăci necesare pentru a o realiza - din cadrul fișei de lucru *Chibrituri și triunghiuri*.
- corectitudinea răspunsurilor oferite de elev atât în cadrul discuțiilor cât și în cadrul unor activități din blocurile 2., 3. și 4.:
    - domeniul de definiție identificat în cazul unei funcții date prin diagramă, valoarea variabilei identificată când se cunoaște valoarea funcției în cazul unei funcții date prin tabel, formula identificată pentru a exprima legea de corespondență a unei funcții descrise în cuvinte - în cadrul exercițiilor de la *Teorie - Ai înțeles?*
    - valoarea de adevăr asociată propoziției „funcția este corect definită” (corespondență dată prin diagramă), modificarea realizată pentru a transforma o corespondență (dată prin tabel) care nu e funcție într-o funcție, formula identificată pentru a exprima legea de corespondență a unei funcții descrise prin imagine și cuvinte - în cadrul exercițiilor/ problemelor 2, 4 și 6 de la *Aplicații*.
    - corespondențele identificate ca fiind funcții, valorile funcției pentru valori specificate ale variabilei când legea de corespondență este exprimată printr-o formulă, domeniul de definiție identificat când funcția este definită cu ajutorul unui tabel, formula dedusă pentru exprimarea legii de corespondență a unei funcții date prin tabel, numărul de funcții identificat când se cunosc cardinalul domeniului și al codomeniului – în cadrul exercițiilor de la *Mai mult ... Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții*.
    - formula identificată pentru a exprima grade Celsius în grade Fahrenheit – în cadrul problemei *Temperatura. Celsius vs. Fahrenheit* de la *Mai mult ...*

Vă propunem următoarea listă de verificare pentru evaluarea nivelului înțelegerii conceptului de funcție

Nume elev: Dată:	Da	Nu	Parțial (în această situație, profesorul notează în tabel starea de fapt)
Formulează corect definiția funcției (cu propriile cuvinte)			
Citește corect funcțiile definite prin diagrame			
Citește corect funcțiile definite prin tabele			
Citește corect funcțiile definite prin formule			
Identifică corect elementele care fac parte din definiția funcției			
Identifică, corect, caracteristicile esențiale ale funcției			

Identifică, corect, domeniul de definiție atunci când funcția este definită prin diagramă			
Identifică, corect, domeniul de definiție atunci când funcția este definită prin tabel			
Identifică, corect, domeniul de definiție atunci când funcția este definită prin formulă			
Identifică, corect, domeniul de valori (codomeniul funcției) atunci când funcția este definită prin diagramă			
Identifică, corect, domeniul de valori (codomeniul funcției) atunci când funcția este definită prin tabel			
Identifică, corect, domeniul de valori (codomeniul funcției) atunci când funcția este definită prin formulă			
Identifică, corect, corespondențele care sunt funcții, atunci când corespondențele sunt exprimate prin diagrame			
Identifică, corect, corespondențele care sunt funcții, atunci când corespondențele sunt exprimate prin tabele			
Identifică, corect, corespondențele care sunt funcții, atunci când corespondențele sunt exprimate prin formule			
Identifică, corect, elementul din codomeniu care este asociat unui element din domeniu atunci când funcțiile sunt exprimate prin diagrame			
Identifică, corect, elementul din codomeniu care este asociat unui element din domeniu atunci când funcțiile sunt exprimate prin tabele			
Identifică, corect, elementul din codomeniu care este asociat unui element din domeniu atunci când funcțiile sunt exprimate prin formule			
Identifică, corect, elementele din domeniu care sunt asociate unui element din codomeniu atunci când funcțiile sunt definite prin diagrame			
Identifică, corect, elementele din domeniu care sunt asociate unui element din codomeniu atunci când funcțiile sunt definite prin tabele			
Identifică, corect, elementul din domeniu care este asociat unui element din codomeniu atunci când funcțiile sunt definite prin formule liniare			
Construiește corect exemple de funcții date prin diagrame			
Construiește corect exemple de funcții date prin tabele			
Construiește corect exemple de funcții date prin formule			
Construiește corect contraexemple de funcții (corespondențe care nu sunt funcții) date prin diagrame			
Construiește corect contraexemple de funcții (corespondențe care nu sunt funcții) date prin tabele			
Construiește corect contraexemple de funcții			

(corespondențe care nu sunt funcții) date prin formule			
Identifică, corect, legea de corespondență pentru funcții simple din viața cotidiană sau din fizică atunci când situațiile sunt descrise prin cuvinte sau/ și imagini			
Justifică, corect, de ce o corespondență este sau nu o funcție			

Lista de verificare poate fi ușor adaptată (primul verb din fiecare linie a tabelului va fi scris la persoana I singular) pentru a deveni un instrument de autoevaluare pentru elevi.

Pentru evaluarea modului de a gândi al elevilor ar trebui avută în vedere:

- calitatea răspunsurilor oferite de elev atât în cadrul discuțiilor, cât și în cadrul activităților din blocul 4.:
  - exemplul de funcție construit ca răspuns la provocarea de la activitatea *Pe scurt despre funcții ... și o provocare*,
  - justificările/ explicațiile scrise la exercițiile 4., 7., 8. din fișa de lucru *Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții*,
  - definiția conceptului de funcție, caracteristicilor esențiale (ale funcției) identificate, exemplele și contraexemplele construite din organizatorul grafic indus în fișa de lucru *Învață să te autoevaluezi!*
  - descrierile modului de lucru/ de gândire și reflecția din cadrul fișei de lucru *Chibrituri și triunghiuri*.

Pentru evaluarea nivelului de implicare a elevilor ar trebui avută în vedere:

- implicarea elevului în activitățile individuale/ în perechi/ în grup, activități monitorizate de profesor pe parcursul derulării lor; în acest sens este util ca profesorul să creeze o fișă de monitorizare/ observare a activității elevului. Fișa ar trebui să conțină toate sarcinile de lucru pe care elevul le primește în clasă și pentru acasă (indiferent dacă trebuie să le rezolve individual, în perechi sau în grup)

Vă propunem următoarea structură a fișei de observare a activității elevului:

Nume elev: ..... Data: .....

Sarcina	Mod de organizare a clasei pentru rezolvarea sarcinii (individual, perechi, grup)	Implicare comportamentală (se notează +/0/-/n)	Implicare emoțională (se notează +/0/-/n)	Implicare cognitivă (se notează +/0/-/n)
Citește informația referitoare la genul proxim al funcției				
Rezolvă exercițiul <i>Culoarea ochilor</i>				
...				

În ultimele 3 coloane, profesorul notează:

- + dacă a observat o implicare pozitivă
- 0 dacă a observat lipsa implicării
- – dacă a observat o implicare negativă
- ndacă nu a putut observa/ nu a avut ocazia să observe.

În tabelul de mai jos oferim câteva exemple de implicare pozitivă și negativă

	Implicare pozitivă	Lipsă de implicare	Implicare negativă
Implicare comportamentală	Ascultă activ ceea ce prezintă profesorul și colegii în clasă, ascultă activ când vorbesc colegii în activitățile de grup/ în pereche, participă cu entuziasm	Privește în gol (pare să se gândească în altă parte) în timp ce ceilalți (profesorul sau colegii) prezintă/ discută, nu participă la discuții	Deranjează sau boicotează, activitatea clasei/ grupului/ perechii
Implicare emoțională	Interes	Plictiseală, apatie	Respingere
Implicare cognitivă	Rezolvă toate sarcinile de lucru obligatorii și suplimentare (nu neapărat corect) conform cerințelor	Sarcini de lucru rezolvate cu întârziere, în grabă sau nerezolvate	Redefinește cerințele sarcinilor de lucru (rezolvă ce și cum vrea el/ea, neținând cont de cerințe)

(adaptare după Fredricks, J.A., Blumenfeld, P.C. and Paris, A.H. (2004) SchoolEngagement: Potential of the Concept, State of the Evidence. Review of Educational Research. 74 (1), pp. 62-63).

Dacă clasa este numeroasă, este foarte greu ca profesorul să observe activitatea fiecărui elev. De aceea, recomandăm ca înainte de începerea lecției profesorul să selecteze elevii a căror activitate va fi monitorizată și a căror învățare va fi evaluată.

## Funcții

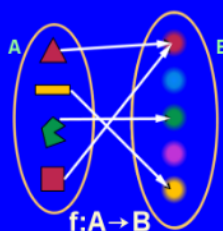
- Noțiunea de funcție
- Funcții definite pe mulțimi finite exprimate prin diagrame, tabele, formule

**Chestiuni  
pregătitoare**

**Teorie**

**Aplicații**

**Mai mult...**



**Înapoi**

## Chestiuni pregătitoare

Funcția este o noțiune importantă din matematică.

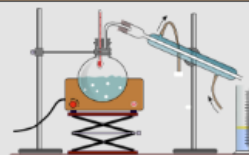
Oare ce sunt funcțiile ? Numere, operații, ecuații, figuri ?

Vom afla în această lecție.

**Click!**



Funcțiile sunt utile în studierea fenomenelor fizice, chimice și altele.



[Fișa pdf](#)

Pentru a înțelege noțiunea de funcție vom aborda mai întâi niște chestiuni introductive. Poți face asta dând click pe butoanele alăturate:



Culoarea ochilor



Câte pătrate?

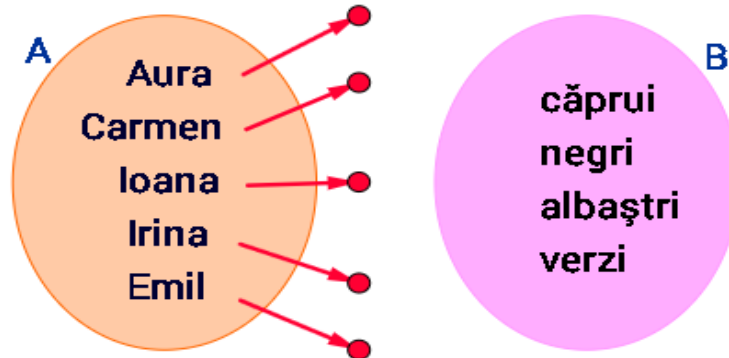


Deplasarea mașinii

## Functii - culoarea ochilor

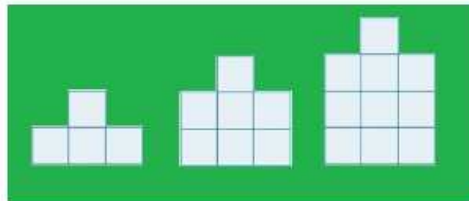
Ioana spune:

- Aura, ai observat că noi două avem aceeași culoare a ochilor, albaștri ?
- Da. Interesant este că sora mea, Irina, are ochi căprui.
- Și fratele meu, Emil, la fel, spre deosebire de verișoara mea, Carmen, care are ochi verzi.

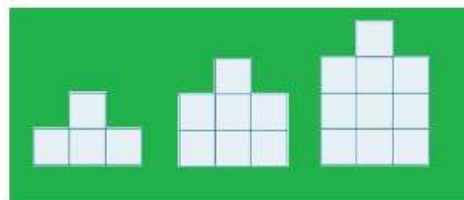


**Realizați asocieri corecte care să indice culorile ochilor celor 5 copii.**

## Câte pătrate ?



**113** Analizați figurile din imagine. Imaginați-vă din câte pătrate ar fi compusă figura următoare. Câte pătrate ar avea a 100-a figură?



**213** Analizați figurile din imagine. Câte pătrate ar avea a n-a figură?

$3n+1$

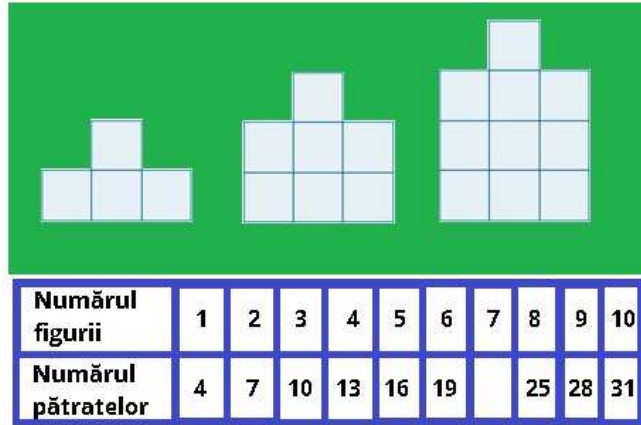
$n$

$3n$

$3n+3$

$n+3$

$4n+1$



3/3 În tabel se observă că fiecărui număr de pe prima linie îi corespunde un număr pe a doua linie. Ce număr trebuie pus în căsuța goală a tabelului?

## Functii-deplasarea masinii

0.5

**Timp (ore)**

30 km

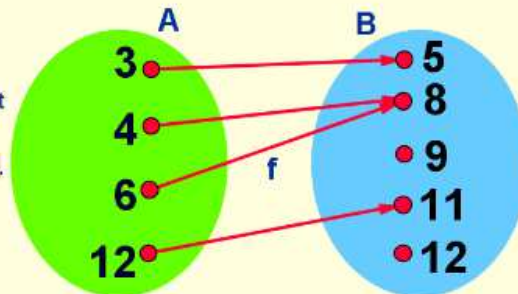
O mașină se deplasează pe șosea cu viteză constantă (nu accelerează și nu frânează) de 60 km/h (adică într-o oră parcurge 60 km).  
Completați următorul tabel:

<b>Timp (ore)</b>	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	3
<b>Distanță (km)</b>	30	60	0	180

Spunem că am definit o funcție pe mulțimea A cu valori în mulțimea B dacă facem ca **fiecărui** element din A să-i corespundă un **singur** element din B.

Notând funcția, de exemplu f, putem scrie  $f:A \rightarrow B$ . (citim "funcția f definită pe A cu valori în B").

A se numește **domeniul de definiție**, iar B **domeniul de valori** al funcției (sau codomeniu).



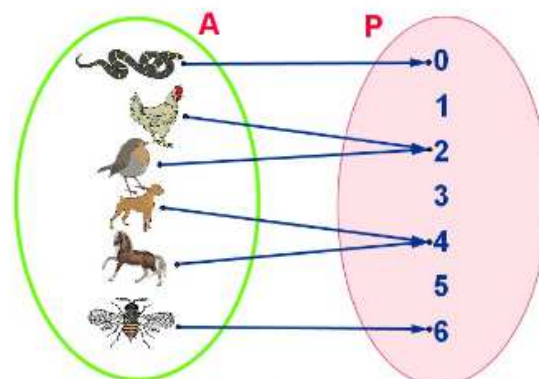
Pentru funcția f definită în imaginea alăturată, putem scrie:  $f(3)=5$ ,  $f(4)=8$ ,  $f(6)=11$ ,  $f(12)=12$ .

Funcțiile se pot defini prin mai multe procedee:

prin **diagrame**, prin **tabele** sau cu ajutorul unei **formule** (lege de corespondență).

<p>Diagrame</p>	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> </table> <p>Tabele</p>	x	1	2	3	f(x)	3	5	7	<p><math>f(x)=3x-4</math></p> <p>Formule</p>	<p>Sinteză</p>	<p>Ai înțeles ?</p>
x	1	2	3									
f(x)	3	5	7									

## Diagrame



Cel mai simplu mod de a defini o funcție este de a reprezenta mulțimile prin diagrame și indicarea (de obicei prin săgeți) asocierilor date de funcție.

De exemplu, funcția  $f:A \rightarrow P$  de mai sus indică pentru unele animale numărul de picioare.

Cu cât este egal  $f(\text{dog}) + f(\text{chicken})$  ?

? | 3

? | 0

? | 2

? | 7

? | 6

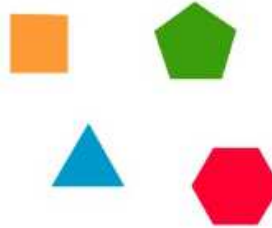
? | 4

# Tabele

Un alt mod de a defini o funcție este de a reprezenta elementele celor două mulțimi printr-un tabel, asocierea fiind dată de vecinătatea căsuțelor tabelului.

De exemplu, funcția  $d:\{3,4,5,6\}\rightarrow\{0,2,5,9\}$  de mai jos indică pentru unele poligoane numărul de diagonale.

Dacă  $d(n)=2$ , cu cât este egal  $n$ ?



Număr laturi	$n$	3	4	5	6
Număr diagonale	$d(n)$	0	2	5	9

# Formule

De multe ori, este convenabil să definim funcțiile cu ajutorul unei formule (sau lege de corespondență), care indică prin calcul modul de asociere.

De exemplu, având  $f:\{1; 1,5; 2; 3; 7\}\rightarrow\mathbb{R}$ , formula  $f(x)=2x$  arată că unui număr oarecare  $x$  îi va corespunde, prin funcția  $f$ , dublul său.

Vom avea:  $f(1)=2$ ,  $f(1,5)=3$ ,  $f(2)=4$  etc.

Cu cât este egal  $f(7)$  ?

    | 12          | 7          | 2          | 27          | 14          | 9

# Sinteză

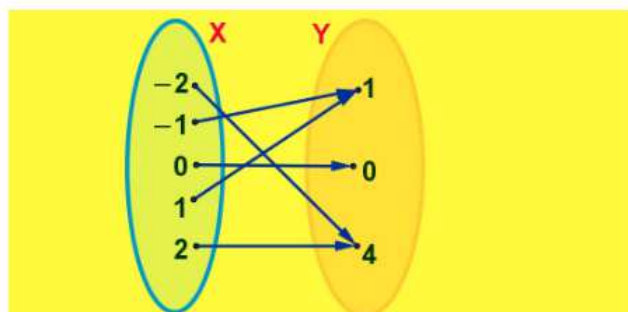
Funcții. Definiție. Elemente

Ce este o funcție ? <http://sorinborc.ro>

Am făcut ca fiecărui element din A să-i corespundă un singur element din B.

Arcași, vă ordon să definiți o funcție pe mulțimea A cu valori în mulțimea B !

## Ai înțeles?



1/3 Funcția  $g: X \rightarrow Y$  definită în diagramele de mai sus asociază fiecărui număr din  $X$  pătratul său în  $Y$ .  
Care este domeniul de definiție al funcției  $g$  ?

? {4}

? {-2;-1;0;1;2}

? {0;1;2}

? {0;1;4}

?  $\mathbb{N}$

2/3

O sticlă de suc costă 2 lei, iar sacoșa pentru transport costă 1 leu. Funcția  $p$  definită în tabelul de mai jos arată prețul total al cumpărăturilor:

Număr sticle	$n$	1	2	3	4
Preț total	$p(n)$	3	5	7	9



Dacă  $p(a)=3$ , cu cât este egal  $a$  ?

3/3

Într-un tub sunt 60 de pastile. În fiecare zi Mioara ia trei pastile.

Formula funcției care indică numărul pastilelor rămase în tub, în funcție de numărul de zile, este  $f(x)=\dots$



?  $3x-60$

?  $3x+60$

?  $3x$

?  $60-3x$

?  $60-x$

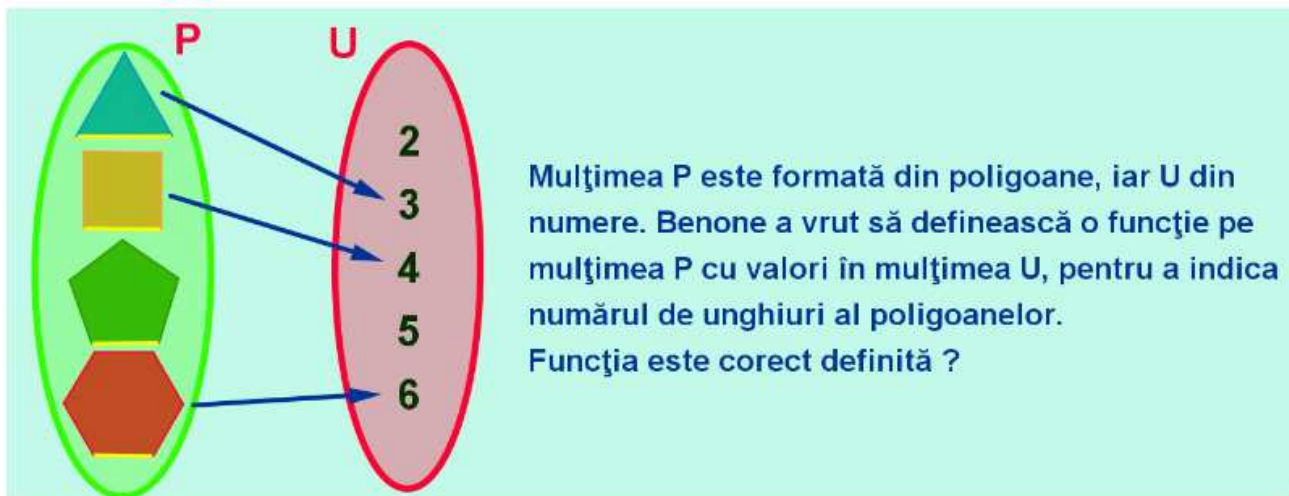
<p>1. Urmărește această problemă rezolvată:</p>													
<p>2. Folosind modelul de mai sus, rezolvă problema următoare:</p>													
<p>3. Din această problemă vei înțelege mai bine condițiile ca o funcție să fie corect definită:</p>	<p>Funcția <math>f: \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\} \rightarrow \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\}</math> este definită ca (pentru întregii <math>n \in \mathbb{N}</math>):</p> <p>Calculați valoarea lui <math>f\left(\frac{1}{n}\right)</math> pentru <math>n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}</math> și prezentați rezultatele într-o tabelă!</p> <table border="1"> <tr> <td><math>n</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td><math>f\left(\frac{1}{n}\right)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	$n$	2	3	4	5	6	$f\left(\frac{1}{n}\right)$					
$n$	2	3	4	5	6								
$f\left(\frac{1}{n}\right)$													
<p>4. Stabilește dacă funcția este corect definită:</p>	<p>Scrieți într-o coloană numere, astfel încât funcția <math>f</math> să fie corect definită.</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>2</td> <td>8</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>5</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	$x$	2	8	3	2	5	$f(x)$	5	8	4	0	1
$x$	2	8	3	2	5								
$f(x)$	5	8	4	0	1								
<p>5. Din videoclipul alăturat vei afla cu câte mere a rămas Prințul Appleking:</p>													
<p>6. Încearcă să deduci formula funcției pentru calcularea lungimii gardului:</p>													

## Aplicația 1

Mulțimea C este formată din copii, iar F din fructe. Tudorel a vrut să definească o funcție pe mulțimea C cu valori în mulțimea F, pentru a indica preferințele copiilor. Funcția este corect definită ?

Nu, deoarece elementului „Dan” din C nu-i corespunde un **singur** element din F (îi corespund două elemente din F: „măr” și „pară”).

## Aplicația 2



Nu, deoarece pentagonului din P nu-i corespunde niciun element din U.

## Aplicația 3

Funcția  $f : \left\{ 2; \frac{4}{9}; -3; \sqrt{5}; -\frac{1}{8} \right\} \rightarrow \mathbb{N}$  este definită cu ajutorul tabelului de mai jos.

Care din elementele mulțimii  $M = \left\{ -1; \frac{3}{7}; 6; \sqrt{2}; -\frac{2}{3}; 3, 2 \right\}$  ar putea fi pus în căsuța goală a tabelului?

x	2	$\frac{4}{9}$	-3	$\sqrt{5}$	$-\frac{1}{8}$
f(x)	5	0	3		4

Domeniul de valori al funcției (codomeniul) fiind  $\mathbb{N}$ , în căsuța goală poate fi pus singurul număr natural din M, adică 6.

## Aplicația 4


### Funcție corect definită

Schimbați între ele două numere, astfel încât funcția  $f$  să fie corect definită.


x	2	8	3	2	5
f(x)	5	8	4	0	1

## Aplicația 5

Deducerea formulei unei funcții <http://sorinborodi.ro>



Prințul Appleking a cules 62 de mere de aur din grădina dragonului. Dar, pe drumul de întoarcere, s-a întâlnit, succesiv, cu 5 paznici, să-i numim Unu, Doi, Trei, Patru, Cinci. Fiecare din aceștia i-a zis:  
–Dă-mi jumătate din câte mere ai la tine, plus un măr.  
Deduceți o formulă pentru funcția care exprimă numărul de mere cu care rămâne prințul după ce trece de paznicul cu numărul  $n$ .



**Rezolvare**


Vom întocmi un tabel:

Paznicul	Câte mere are	Câte îi dă paznicului	Câte mere rămân
1	62	32	30
2	30	16	14
3	14	8	6
4	6	4	2
5	2	2	0

Observăm că numerele ce arată merele rămase, (30, 14, 6, 2, 0) sunt puteri ale lui 2, din care se scade 2:

$$30 = 32 - 2 = 2^5 - 2$$
$$14 = 16 - 2 = 2^4 - 2$$
$$6 = 8 - 2 = 2^3 - 2$$
$$2 = 4 - 2 = 2^2 - 2$$
$$0 = 2 - 2 = 2^1 - 2$$

Din nefericire, după ce a trecut de ultimul paznic, prințului Appleking nu i-a mai rămas niciun măr...

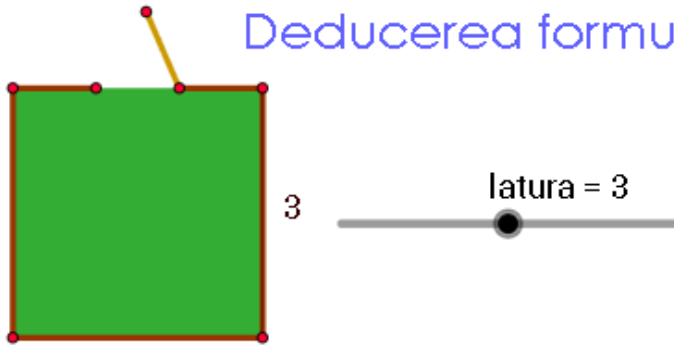


Avem astfel funcția  $f : \{1; 2; 3; 4; 5\} \rightarrow \{30; 14; 6; 2; 0\}$ .

Formula funcției care exprimă numărul de mere cu care rămâne prințul după ce trece de paznicul cu numărul  $n$  este  $f(n) = 2^{6-n} - 2$

## Aplicația 6

Deducerea formulei unei funcții



O grădină are forma unui pătrat. O poartă de acces are lățimea 1 m.

Deduceți o formulă pentru funcția care exprimă lungimea gardului necesar pentru împrejurirea grădinii, dacă latura pătratului este  $x$ .

$$f(x) =$$

$$+1 \quad x \quad -1 \quad 4 \\ (x - 1)$$


**Înapoi**

**Mai mult...**

1. Pe scurt despre funcții... și o provocare	
2. Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții:	
3. Învăță să te autoevaluezi !	
4. Chibrituri și triunghiuri	
5. Temperatura. Celsius vs. Fahrenheit	

**Biteable** THE WORLD'S SIMPLEST VIDEO MAKER CREATE YOUR OWN

PE SCURT DESPRE FUNCȚII ȘI... O PROVOCARE



made with **biteable.com**

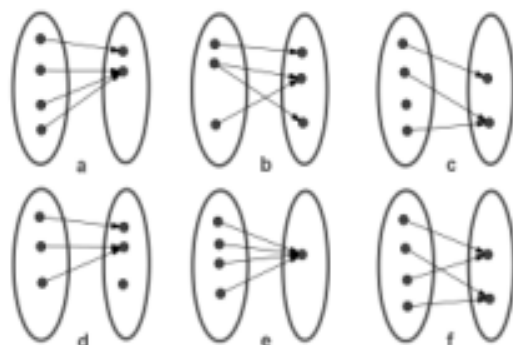
00:01 02:08

**FUNCȚII** EMBED SHARE

## 2. Exerciții propuse pentru consolidarea noțiunilor referitoare la funcții

### Funcții. Definiție, elemente. Exerciții

1. Care din diagramele de mai jos reprezintă funcții?



2. Se consideră funcția  $f:\{1;2;3\} \rightarrow \{0;1;2\}$ , cu formula  $f(x)=x-1$ , calculați  $f(1)+f(3)$

3. Funcția  $g$  este definită cu ajutorul tabelului de mai jos:

$x$	-1	0	1	2
$g(x)$	4	6	8	10

Care este domeniul de definiție al funcției  $g$  ?

4. Este corect definită funcția de mai jos? Justificați răspunsul.

$x$	2	$\sqrt{3}$	2	1,4
$f(x)$	-3	6	3,5	2

5. Se consideră funcția  $f:\{0;1;2;3;4\} \rightarrow \mathbb{N}$ , cu formula  $f(x)=x+3$ . Aflați  $n$ , dacă  $f(n)=5$ .

6. Deduceți o formulă pentru funcția  $f$  definită în tabelul de mai jos:

$x$	4	5	6	7
$g(x)$	7	9	11	13

7. Explicați de ce este greșit definită funcția  $f:\{-3;-1;0;2;3;4\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{6}{x}$ .

8. Este corect definită funcția  $f:\{-4;-3;0;3;4\} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$ ? Justificați răspunsul.

9. Mulțimea  $A$  are 3 elemente, iar  $B$  are 2 elemente. Câte funcții care au domeniul de definiție  $A$  și codomeniul  $B$  pot fi definite ?

### 3. Învață să te autoevaluezi!

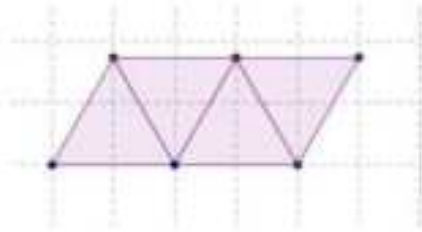
<p>Ce este o funcție? (scrie definiția funcției, fără a o copia din caiet/ manual)</p>	<p>Care sunt caracteristici esențiale ale funcției? (scrie care sunt aspectele esențiale ale unei funcții)</p>
<p>Exemple: (scrie 2-3 exemple de funcții)</p>	<p>Contraexemple : (scrie 2 contraexemple de funcții)</p>

**Funcția**

## 4. Chibrituri și triunghiuri

### Fișa de lucru – Triunghiuri și bețe de chibrituri

În figură este arătat modul în care au fost așezate 9 bețe de chibrit pentru a construi 4 triunghiuri echilaterale pe un rând.



Care este numărul de triunghiuri echilaterale ce pot fi construite, pe un rând, cu 83 bețe de chibrit?

Pentru a răspunde, urmați etapele sugerate în continuare.

- Priviți cu atenție figura și completați tabelul de mai jos:

Număr triunghiuri echilaterale ( <i>t</i> )	1	2	3	4
Număr bețe de chibrit ( <i>b</i> )	3			

- Notăm cu *t* numărul triunghiurilor și cu *b* numărul bețelor de chibrit. Scrieți o relație care să evidențieze legătura dintre numărul de triunghiuri și numărul bețelor de chibrit.  
.....
- Verificați dacă relația pe care ați scris-o este adevărată atunci când înlocuiți, pe rând, datele de pe fiecare coloană din tabel.
- Adăugați/ desenați la cele 4 triunghiuri din figură încă un triunghi, numărați câte bețe de chibrit au fost necesare pentru a construi 5 triunghiuri pe un rând și verificați dacă relația pe care ați scris-o este adevărată și pentru situația în care sunt 5 triunghiuri pe un rând.

Preluată și adaptată după exemplul prezentat în Voica, C. (coord.). (2013). *Învățarea matematicii – Ghid metodologic pentru un demers didactic eficient*. Ed. Didactică și Pedagogică București, pag. 340-343



- Gândeți o altă modalitate de a afla răspunsul la întrebarea *Care este numărul de triunghiuri echilaterale ce pot fi construite, pe un rând, cu 83 bețe de chibrit?*

Descrieți această modalitate și scrieți calculele aferente.

.....

.....

.....

.....

.....

- Ce ați învățat rezolvând această problemă?

.....

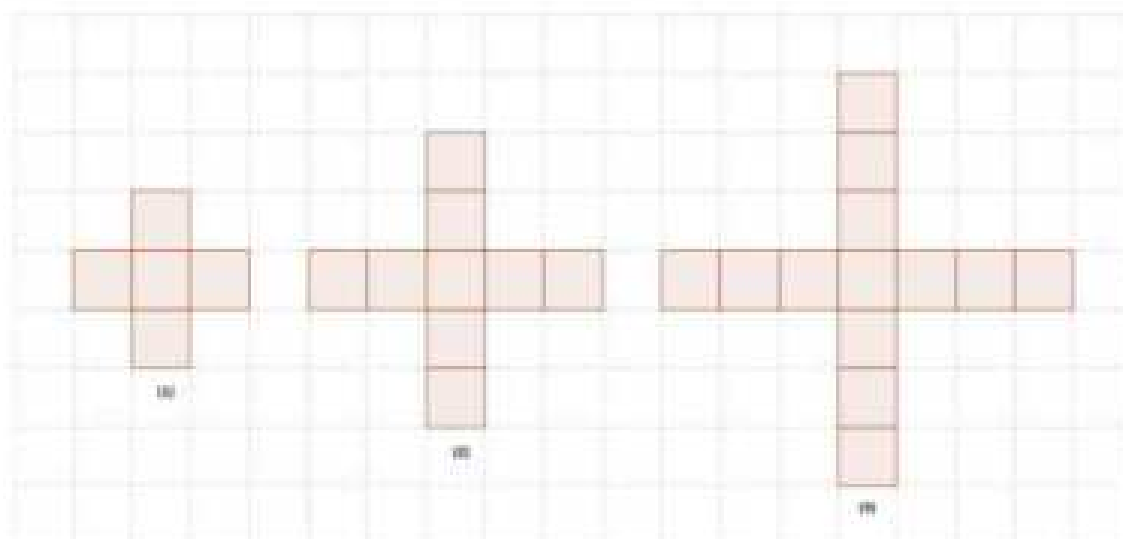
.....

.....

**.... Și mai mult!**

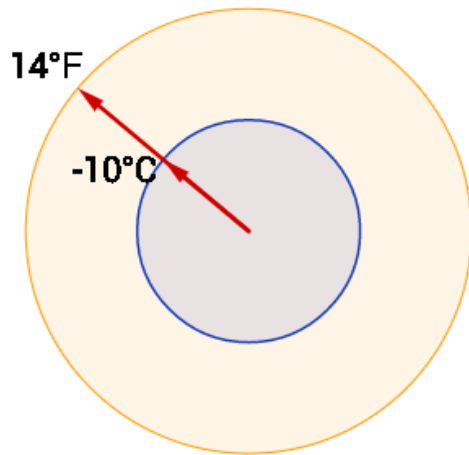
În figura de mai jos sunt reprezentate 3 căi de acces, în cruce, realizate din plăci pătratice.

Identificați o funcție care evidențiază relația dintre numărul căii de acces și numărul de plăci necesare pentru a o realiza.



## 5. Temperatura. Celsius vs. Fahrenheit

°C - grade Celsius   °F - grade Fahrenheit



Având dată o temperatură  $F$  exprimată în °F, pentru a o transforma în °C, se folosește formula:

$$\frac{F - 32}{1,8}$$

Așadar, temperatura exprimată în °C este o funcție  $f$  cu formula:

$$f(F) = \frac{F - 32}{1,8}$$

De exemplu,  $f(77)=25$  [Click pentru vizualizare](#)

Având dată o temperatură  $C$  exprimată în °C, ce formulă are funcția  $g$  care exprimă acea temperatură în °F?

$$g(C) = \dots$$

? |  $32 - 1,8 \cdot C$

? |  $32 - C$

? |  $32 \cdot C + 1,8$

? |  $1,8 \cdot C + 32$

? |  $1,8 \cdot C - 32$